



MX0500058

*Congreso Internacional Conjunto Cancún 2004 LAS/ANS-SNM-SMSR/International Joint Meeting Cancun 2004 LAS/ANS-SNM-SMSR
XV Congreso Anual de la SNM y XXII Reunión Anual de la SMSR/XV SNM Annual Meeting and XXII SMSR Annual Meeting
Cancún, Q.R., México, 11-14 de Julio, 2004/Cancún, Q.R., Mexico, July 11-14, 2004*

Identificación de Modelos de Orden Reducido de un Reactor BWR

Augusto Hernández Solís

*Laboratorio de Análisis de Ingeniería de Reactores Nucleares
DEPFI, Campus Morelos, en IMTA Jiutepec Morelos
Universidad Nacional Autónoma de México
augusto@correo.unam.mx*

Asesor: Dr. Jaime B. Morales Sandoval

*Laboratorio de Análisis de Ingeniería de Reactores Nucleares
DEPFI, Campus Morelos, en IMTA Jiutepec Morelos
Universidad Nacional Autónoma de México
Jbmorales@premia.imta.mx*

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo analizar la estabilidad relativa de un reactor de tipo BWR. Se analiza que tan adaptable resulta identificar los parámetros de un modelo de orden reducido para que este reproduzca una condición de inestabilidad dada. Esta se tomará de un hecho real ocurrido en la planta de LaSalle bajo ciertas condiciones de operación de potencia y flujo de refrigerante.

La identificación paramétrica se lleva a cabo mediante un algoritmo de mínimos cuadrados recursivos y un modelo de Error de Salida (Output Error), midiendo la potencia de salida del reactor cuando la inestabilidad se encuentra presente, y considerando que es producida por un cambio en la reactividad del sistema de la misma forma que una señal de tipo escalón. Asimismo se lleva a cabo una comparación analítica de la estabilidad relativa, analizando dos tipos de respuestas: la respuesta original de la inestabilidad del reactor vs. la respuesta obtenida identificando los parámetros del modelo de orden reducido, llegando a la conclusión de que es muy viable adaptar un modelo de orden reducido para estudiar la estabilidad de un reactor, bajo la única condición a considerar que la dinámica de la reactividad sea de tipo escalón.

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de modelar un sistema físico es estudiar su comportamiento dinámico bajo determinadas condiciones de operación (temperatura, presión, etc). Sin embargo, si los parámetros o entradas del modelo cambian, se observaran efectos de ellos en las variables medibles del sistema siempre que este sea completamente observable. Es por ello que resulta importante estudiar la dinámica del modelo matemático y que tan adaptable resulta para representar el comportamiento de un sistema físico, bajo distintas condiciones de operación.

Este trabajo propone estudiar la identificación de modelos de orden reducido del núcleo de un reactor BWR. Un estudio en el espacio “s” a través de la transformada de Laplace es realizado a las ecuaciones diferenciales que modelan al núcleo del reactor para determinar su función de transferencia. Sus parámetros serán determinados utilizando un método de identificación paramétrica conocido como Output Error (OE), el cual utiliza el algoritmo de mínimos cuadrados recursivos. Estos parámetros tendrán la finalidad de reproducir lo más fidedignamente posible una condición de inestabilidad que se produjo en la planta de LaSalle [1] en 1979. Esta condición se produjo cuando la planta se encontraba al 44% de su potencia nominal y al 28% de la capacidad de flujo del refrigerante. La Figura 1 muestra la inestabilidad producida por el reactor a un cambio de tipo escalón de $\$0.1$ en la reactividad bajo las condiciones de operación previamente señaladas:

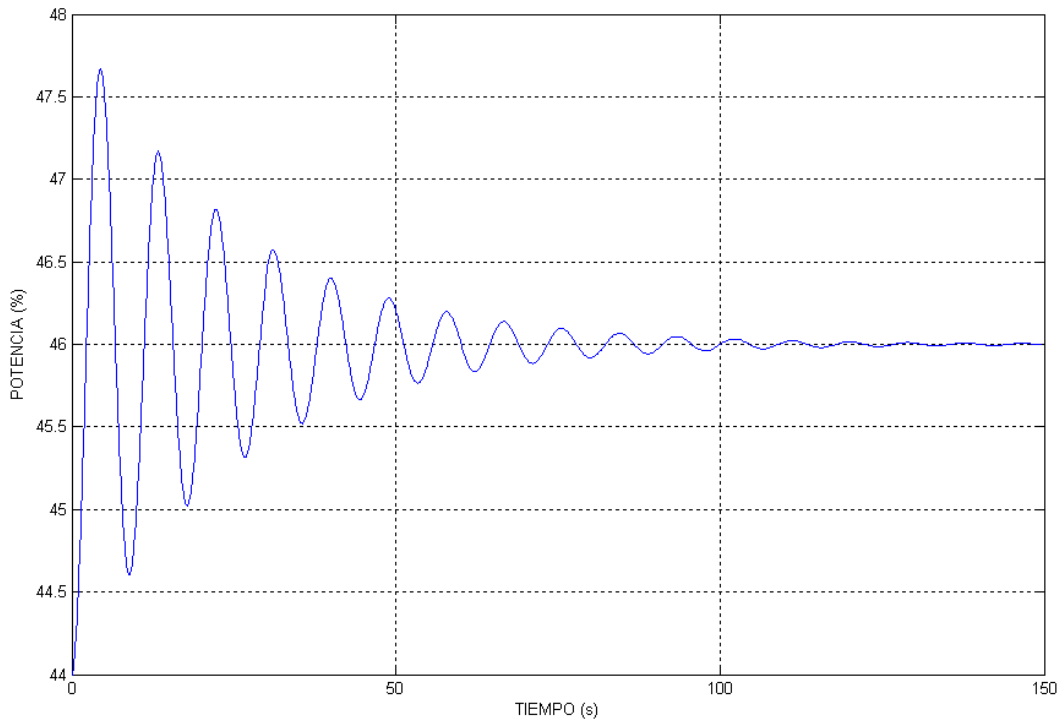


Figura 1. Respuesta del reactor a un cambio de tipo escalón de $\$0.1$ en la reactividad bajo las condiciones de 44% de potencia nominal y 28% de flujo del refrigerante

Esta condición de inestabilidad será representada con la ayuda de un sistema de segundo orden, el cual logra reproducir con una gran precisión dicha respuesta del reactor.

El algoritmo de mínimos cuadrados recursivo utiliza mediciones tanto de la entrada como de la salida de un sistema para estimar sus parámetros. En nuestro modelo matemático a utilizar se considera a la reactividad como nuestra señal de entrada y a la potencia como nuestra señal de salida. En este trabajo se considerará que la reactividad sólo se comportará como una señal de tipo escalón. La amplitud del escalón no es conocida ni directamente medible. Sin embargo se espera que con el conocimiento del flujo neutrónico esta se pueda determinar.

El objetivo principal consiste en estimar la estabilidad del reactor midiendo solamente la potencia (%) del sistema, aplicando estos datos a un modelo de orden reducido el cual represente la dinámica del reactor.

2. LOS MODELOS FÍSICOS DE ORDEN REDUCIDO

2.1. Introducción

Los modelos [1,2] han sido obtenidos comúnmente integrando las ecuaciones que representan la dinámica del reactor sobre un número finito de nodos. El código de LAPUR [3] fue utilizado por Otaduy para modelar la dinámica de un reactor BWR. Este código trabaja utilizando ecuaciones diferenciales linealizadas en el dominio del tiempo, de las cuales obtiene una función de transferencia la cual es analizada en el dominio de la frecuencia para estudiar su comportamiento dinámico.

Se demostró que el código de LAPUR obtenía excelentes resultados comparados con experimentos del reactor sólo si se integraba sobre un número muy grande de nodos. Un cálculo típico para la dinámica de un BWR requiere una malla de 24 a 100 nodos axiales y de 3 a 10 nodos radiales (también llamados canales). Un modelo con tal número de nodos es adecuado para obtener resultados numéricos; sin embargo, es muy difícil obtener un significado físico de estas soluciones numéricas.

El trabajo realizado por J. March-Leuba consistió en probar diversas funciones de transferencia de orden reducido hasta lograr que la dinámica de alguna de ellas se acoplara a la dinámica de los diagramas de Bode obtenidos por LAPUR utilizando una malla de 700 nodos [4]. Este trabajo mostró que el orden de la función de transferencia de (4 ceros/5 polos) permite una representación muy adecuada de la dinámica del núcleo de un reactor BWR, y que los parámetros de las ecuaciones varían dependiendo las condiciones de operación a las cuales se somete al reactor.

2.2. Los modelos en el dominio del tiempo y en el espacio “s”

Los aspectos más importantes de un modelo de orden reducido son:

1. La cinética de neutrones es modelada por las ecuaciones de cinética puntual con un solo grupo de neutrones retardados.
2. La transferencia de calor del combustible al refrigerante es modelado por un proceso de primer orden utilizando solamente una constante de tiempo.
3. Una aproximación de dos nodos para modelar la realimentación de la reactividad de vacíos.

Estos procesos pueden ser combinados para formar el modelo en lazo cerrado que se muestra en la Figura 2:

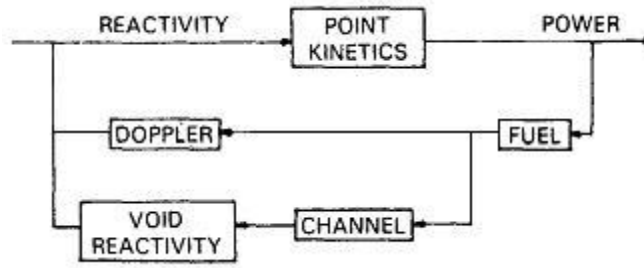


Figura 2. Diagrama de bloques de un modelo de orden reducido de un reactor BWR

La descripción matemática del modelo del reactor en lazo cerrado se representa de la siguiente manera:

Las ecuaciones de cinética puntual [5] con un solo grupo de neutrones retardados se encuentran dadas por:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(r-1)\beta}{\Lambda} n + \lambda c \quad (1)$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} n - \lambda c \quad (2)$$

donde:

- n = Densidad de neutrones normalizada
- c = Concentración de precursores normalizada
- β = Fracción total de neutrones retardados
- Λ = Tiempo efectivo de vida de un neutrón en un reactor finito de Uranio 235
- λ = Lambdas de decaimiento
- r = Reactividad del sistema

Si se considera que la reactividad y la potencia sufren pequeñas variaciones se tiene que:

$$\begin{aligned} \partial r &= r - r_0 \approx r \\ \partial n &= n - n_0 \approx n \end{aligned} \quad (3)$$

Por lo que las ecuaciones de cinética puntual se pueden linearizar de la siguiente manera tomando en cuenta la condición de la ecuación (3):

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} r n_0 - \frac{\beta}{\Lambda} n + \lambda c \quad (4)$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda}n - \lambda c \quad (5)$$

Obteniendo sus respectivas transformadas de Laplace, se tiene que:

$$(s + \lambda)C(s) = \frac{\beta}{\Lambda}N(s) \quad (6)$$

$$sN(s) = \frac{\beta}{\Lambda}R(s)n_0 - \frac{\beta}{\Lambda}N(s) + \lambda C(s) \quad (7)$$

Sustituyendo (4) en (5), se tiene:

$$sN(s) + \left[\frac{\beta}{\Lambda} - \lambda \frac{\beta}{\Lambda(s + \lambda)} \right] N(s) = \frac{\beta}{\Lambda} n_0 R(s) \quad (8)$$

Ahora, si nos basamos en las siguientes ecuaciones de la termohidráulica [4] de reactores para representar a la transferencia de calor y la reactividad de vacíos bajo condiciones normales de operación, obtenemos las siguientes expresiones:

$$\frac{T(s)}{N(s)} = \frac{k_1}{1 + \frac{s}{k_2}} + R_{CRD}(s) \quad (9)$$

$$\frac{\alpha(s)}{T(s)} = \frac{k_3}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (10)$$

$$R(s) = \alpha_v \alpha(s) \quad (11)$$

donde:

- T = Temperatura del combustible
- α_v = Reactividad de vacío realimentada
- α = Reactividad total realimentada
- k_1 = Coeficiente de reactividad por efecto doppler
- k_3 = Coeficiente de reactividad por fracción de vacíos

Volviendo a la ecuación (8), si la reagrupamos en términos de factores en los dos miembros de la ecuación, obtenemos:

$$\left[\left(\frac{s\Lambda}{\beta} + 1 \right) (s + \lambda) - \lambda \right] N(s) = n_0 R(s) (s + \lambda) \quad (12)$$

Finalmente la ecuación de cinética puntual linearizada queda como:

$$\left[\left(\frac{s\Lambda}{\beta} + \left(1 - \frac{\lambda\Lambda}{\beta}\right)\right)\right]N(s) = n_0(s + \lambda)R(s) \quad (13)$$

Si sustituimos en (13) los respectivos valores [5] de:

$$\beta = 4 * 10^{-3}$$

$$\lambda = 10^{-4}$$

$$\frac{\beta}{\Lambda} \approx 64$$

$$\lambda \approx 0.1$$

$$n_0 \approx 1$$

Y reagrupamos dicha expresión obtenemos:

$$N(s) = \frac{64(s + 0.1)}{s(s + 64.1)}R(s) \quad (14)$$

Por otra parte, volviendo a las expresiones (9), (10) y (11) donde consideramos la transferencia de calor, para obtener una expresión en términos de R(s) y N(s) solamente, si sustituimos (11) en (10):

$$\frac{R(s)}{T(s)} = \frac{k_3 * \alpha_v}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (15)$$

Y finalmente si sustituimos (9) en (15) obtenemos:

$$R(s) = N(s) \frac{k_3'}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} * \frac{k_1}{\left(1 + \frac{s}{k_2}\right)} + R_{CRD}(s) \quad (16)$$

donde $k_3' = k_3 * \alpha_v$.

Ahora, para obtener una expresión en función de $R_{CRD}(s)$ y $N(s)$, sustituimos (16) en (14) obteniendo:

$$N(s) = \frac{64(s + 0.1)}{s(s + 64.1)} * \left[\frac{k_{31}}{\left(1 + \frac{s}{k_2}\right)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} N(s) + R_{CRD}(s) \right] \quad (17)$$

Si ordenamos la ecuación (17) de tal manera que obtengamos una función de transferencia $N(s)/R_{CRD}(s)$, entonces tendremos:

$$\frac{N(s)}{R_{CRD}(s)} = \frac{s(s + 64.1)(1 + \frac{s}{k_2})(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) * 64(s + 0.1)}{[s(s + 64.1)(1 + \frac{s}{k_2})(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) - 64(s + 0.1)k_{31}] * s(s + 64.1)} = \frac{Q_4(s)}{P_5(s)} \quad (18)$$

La ecuación (18) resulta en una ecuación de parámetros desconocidos de la siguiente manera:

$$\frac{N(s)}{R_{CRD}(s)} = \frac{b_0 + b_1s^{-1} + \dots + b_4s^{-4}}{a_0 + a_1s^{-1} + \dots + a_5s^{-5}} \quad (19)$$

Se realizó un análisis de la identificabilidad y controlabilidad de la función de transferencia de la ecuación (19) y se encontró que estas propiedades son completas. Esto se demostró cuando se obtuvieron las matrices de controlabilidad y observabilidad del sistema escrito en variables de estado, las cuales fueron de quinto orden. Estos cálculos no se incluyen por cuestiones de espacio.

3. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS [6]

3.1. Introducción

Se entiende por identificación el proceso de encontrar las ecuaciones matemáticas que rigen el comportamiento de un sistema, es decir, crear un modelo matemático del sistema físico real.

Para la identificación de sistemas multivariables, que también pueden ser aplicados a sistemas de entrada-salida, se utilizan básicamente dos métodos: el de mínimos cuadrados y el del gradiente.

A veces las ecuaciones matemáticas del sistema son conocidas y lo que hay que determinar son los coeficientes de dichas ecuaciones. En este caso se utiliza el método de mínimos cuadrados. Otras veces se identifica al sistema basándose en la señal de error que se produce cuando se le compara con un modelo identificando las ecuaciones que modelan al sistema. En este caso se emplea el método del gradiente.

Respecto a la identificación puede ser **paramétrica** (cuando existe un modelo al que es necesario ajustarle algunos parámetros) o **no paramétrica** (cuando se obtienen las ecuaciones del modelo partiendo de la respuesta al escalón o de la respuesta en frecuencia), y **on-line** (cuando se actúa en tiempo real como herramienta de la identificación) u **off-line** (cuando los valores de las variables de entrada y salida se registran constituyendo los datos para un programa de ordenador diseñado para identificar al sistema).

3.1.1. Técnicas de identificación paramétrica

Los modelos paramétricos quedan descritos mediante una estructura y un número finito de parámetros que relacionan las señales de interés del sistema (entradas, salida y perturbaciones). En muchas ocasiones es necesario realizar la identificación de un sistema del cual no se tiene ningún tipo de conocimiento previo. En estos casos, se suele recurrir a modelos estándar, cuya validez para un amplio rango de sistemas dinámicos ha sido comprobada experimentalmente.

Generalmente estos modelos permiten describir el comportamiento de cualquier sistema lineal. La dificultad radica en la elección del tipo de modelo (orden del mismo, número de parámetros, etc.) que se ajuste satisfactoriamente a los datos de entrada - salida obtenidos experimentalmente.

3.2. Métodos para el ajuste de parámetros

Una vez elegida la estructura del modelo (tanto el tipo - ARX, ARMAX, BJ, OE...- como los órdenes de cada polinomio), es necesario determinar el valor de los parámetros del mismo que ajustan la respuesta del modelo a los datos de entrada - salida experimentales. Es importante destacar, sin embargo, que esta etapa del proceso de identificación se ve facilitada por la existencia de herramientas software que proporcionan diferentes algoritmos para el ajuste de parámetros.

Existen varios métodos o criterios para realizar este ajuste de parámetros, entre los que cabe destacar el método de mínimos cuadrados y el de variables instrumentales.

3.2.1. Errores de predicción o residuos de un modelo

Todo modelo matemático es capaz de predecir el valor de la salida del sistema en función de las entradas y salidas en instantes anteriores. Se llama error de predicción $e(t, \theta)$ a la diferencia entre la salida estimada por el modelo y la salida real del sistema en un determinado instante de tiempo:

$$e(t, \theta) = y(t) - y_e(t, \theta) \quad (20)$$

donde θ es el vector de parámetros del modelo definido como:

$$\theta = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_{na} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{nb}] \quad (21)$$

y $y_e(t, \theta)$ es la salida estimada por el modelo en el instante t .

3.2.2. Regresión lineal

Se dice que una estructura posee regresión lineal cuando la salida estimada puede expresarse como:

$$y_e(t, \theta) = \varphi^T(t) \cdot \theta \quad (22)$$

donde φ^T es un vector columna formado por las salidas y entradas anteriores (conocido como *vector de regresión*).

El modelo ARX y OE es un claro ejemplo de estructura con regresión lineal, definiendo:

$$\varphi^T = [-y(t-1) \dots -y(t-na) \quad u(t-nk) \dots u(t-nk-nb+1)] \quad (23)$$

3.2.3. Método de mínimos cuadrados (LSE)

Aplicando los criterios fijados en los dos apartados anteriores, la expresión del error de predicción es:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \varphi^T \cdot \theta \quad (24)$$

Se define la siguiente función del error:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} * [y(t) - \varphi^T \cdot \theta]^2 \quad (25)$$

conocida como *criterio de mínimos cuadrados* para una regresión lineal.

Existe un valor de θ que minimiza la función anterior y que constituye la *estimación del modelo por mínimos cuadrados*:

$$\theta_{LSE} = sol \left\{ \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^N \varphi^T \cdot [y(t) - \varphi^T \cdot \theta] = 0 \right\} \quad (26)$$

Para este vector de parámetros, la función de error V_N toma su valor mínimo, siendo éste la *función de pérdidas* del modelo estimado.

4. ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DE UN SISTEMA [7]

4.1. Introducción

Una breve revisión a los sistemas de segundo orden nos dará los conceptos necesarios para evaluar la estabilidad de un sistema en general. Un sistema de segundo orden se puede expresar usualmente de la siguiente manera:

$$\ddot{y} + 2\xi\omega_n \dot{y} + \omega_n^2 y = \omega_n^2 u \quad (27)$$

donde el parámetro ξ es el amortiguamiento relativo y ω_n es la frecuencia natural no amortiguada del sistema. La respuesta en el tiempo a un impulso resulta en una función sinusoidal con una envolvente exponencial, de la siguiente manera:

$$h(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{\sigma t} \text{sen}(\omega_d t) \quad (28)$$

Una componente oscilatoria se obtiene si el determinante de la ecuación característica para el sistema de segundo orden es menor que cero, teniendo como consecuencia un par de polos conjugados complejos.

4.2. El sobrepaso y su papel en la estabilidad

Si definimos las siguientes variables como:

$$\sigma = \xi \omega_n \quad (29)$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} \quad (30)$$

entonces los polos (o eigenvalores) del sistema están localizados en $\sigma \pm j\omega_d$. Estos polos definen las propiedades de estabilidad del sistema. Para que el sistema sea estable, la parte real de los polos debe ser negativa ($\sigma < 0$). La parte imaginaria puede contribuir con oscilaciones amortiguadas dependiendo de que tan alejado se encuentre el polo del eje real. Si la parte real del polo es positiva ($\sigma > 0$) la respuesta del sistema crecerá de manera exponencial con el tiempo.

El sobrepaso máximo (DR por sus siglas en ingles "Decay Ratio"), se define como la relación entre dos picos sucesivos de la respuesta al impulso del sistema, o como la relación entre dos picos sucesivos de la ecuación (28). Debido a que una senoide presenta máximos en $\omega_n t = \pi / 2 + 2m\pi$ para $m=0,1,2,\dots$, la amplitud de un pico en $m=k$ será:

$$Pico1 = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{\frac{\sigma}{\omega_d}(\frac{\pi}{2}+k2\pi)} \quad (31)$$

De igual manera, para el siguiente pico en $m=k+1$:

$$Pico2 = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{\frac{\sigma}{\omega_d}(\frac{\pi}{2}+(k+1)2\pi)} \quad (32)$$

Por lo tanto, el sobrepaso máximo se obtiene dividiendo las ecuaciones (31) y (32):

$$DR = e^{2\pi\sigma/\omega_d} \quad (33)$$

La obtención de este parámetro nos ayuda a estudiar la estabilidad del sistema, debido a las siguientes características:

- 1) Si el $DR < 1$, el sistema es asintóticamente estable.
- 2) Si el $DR = 1$, el sistema es críticamente estable.
- 3) Si el $DR > 1$, el sistema es inestable.

Este concepto no es exclusivo para sistemas de segundo orden, sino que se puede extender a sistemas de órdenes superiores cuya respuesta sea de tipo oscilatorio, ya sea que esta sea estable o inestable. Para sistemas de órdenes superiores el sobrepaso se puede obtener analizando los polos dominantes del sistema.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1. Introducción

Se analizará si la identificación paramétrica por el método de mínimos cuadrados es un método adecuado para representar la estabilidad relativa del reactor mediante la obtención de los parámetros de la ecuación (19).

Primero se representará una condición de operación de la planta nucleoelectrica de LaSalle: cuando la planta está a 44% de su capacidad nominal y 28% de flujo del refrigerante. Esta condición se encuentra representada en la Figura 1.

Una vez generada esta señal que representa la condición de inestabilidad debido al cambio en la reactividad de manera escalón de $\$0.1$, se muestrea cada 0.1 (s) para ser utilizada en el modelo paramétricos discretos de mínimos cuadrados recursivos Output Error (OE). Cabe señalar que se necesitan tomar en cuenta tanto la señal de entrada como la respuesta del sistema (condición de inestabilidad muestreada); en este caso, la entrada corresponde al cambio de tipo escalón en la reactividad. Esta señal será tomada de amplitud unitaria y se demostrará que el modelo ajusta los parámetros que va a medir para obtener un modelo que represente con gran exactitud la dinámica del modelo original.

Una vez obtenidos los parámetros en tiempo discreto, se obtendrá su respuesta en el tiempo analizando la estabilidad de este sistema. Finalmente, se realizará una comparación con la respuesta original del sistema y la respuesta obtenida cuando el modelo obtenido en tiempo discreto, sea transformado a tiempo continuo utilizando una función de MatLab.

La identificación paramétrica así como el estudio de la estabilidad de los modelos en tiempo discreto, será realizada utilizando el toolbox de identificación de MatLab.

5.2. Resultados

Para el sistema en tiempo continuo de la ecuación (19), los parámetros obtenidos se muestran en la tabla I:

Tabla I. Valores de los parámetros del modelo de orden reducido del reactor

Parámetros	Valor
b0	-0.0483
b1	0.3422
b2	-24.2247
b3	171.5
b4	-607.1
a0	1
a1	50.2
a2	358.6
a3	4312.4
a4	523.5
a5	2149.8

La Figura 3 muestra una comparación de la respuesta original vs. la respuesta obtenida con los parámetros anteriores y el modelo de la ecuación (19):

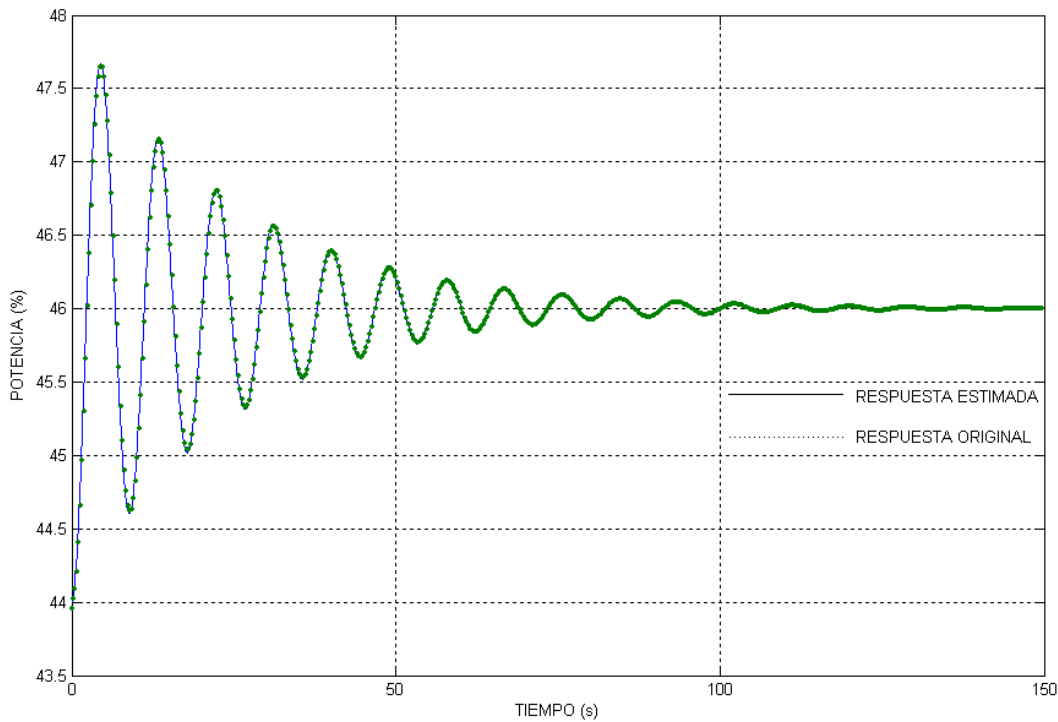


Figura 3. Comparación de la respuesta original vs. la respuesta obtenida mediante la identificación paramétrica

Ahora, para determinar la estabilidad relativa del sistema, basta con obtener el sobrepaso máximo de ambas respuestas y compararlas. Para esto se deberá analizar los polos de cada sistema.

Tabla II. Valores de los polos del modelo de orden reducido

Polos	Valor
1	-44.2825
2	-2.9121+9.3637i
3	-2.9121-9.3637i
4	-0.0405+0.7094i
5	-0.0405-0.7094i

Tabla III. Valores de los parámetros del sistema de segundo orden que reproduce la inestabilidad del reactor

Polos	Valor
1	-0.0400 + 0.7060i
2	-0.0400 – 0.7060i

De la teoría de control clásica [7], los polos dominantes son los que se encuentran más cerca del eje real, por lo que de la tabla III se observa que estos corresponden a los polos 4 y 5, respectivamente.

Por lo tanto, la siguiente tabla muestra una comparación del sobrepaso obtenido mediante la ecuación (31) de ambos sistemas:

Tabla IV. Comparación analítica del sobrepaso obtenido en el modelo original y en el modelo paramétrico

DR del modelo original	DR del modelo paramétrico
0.7004	0.6909

6. CONCLUSIONES

Como se puede observar de la tabla IV, el valor del sobrepaso obtenido mediante un modelo paramétrico es muy parecido al sobrepaso obtenido de mediciones directas de la potencia del reactor.

Como se observa en la Figura 3, la respuesta estimada coincide con la respuesta del sistema original. Esto se debe a que el método de mínimos cuadrados estima un modelo que cuando se somete a una entrada de tipo escalón unitario logra reproducir de manera muy exacta una respuesta que se obtiene midiendo la potencia del reactor y la cual fue producida por cambios en la reactividad. Estos cambios se producen cuando se quiere modificar la reactividad de manera

externa mediante las barras de control. Cuando sucede lo anterior la reactividad presenta un cambio de tipo escalón y por lo tanto, un cambio de tipo escalón también se producirá en la potencia de salida del reactor.

Como primera conclusión podemos decir que se pueden representar las inestabilidades de un reactor mediante un modelo de segundo orden, debido a que su estructura permite representar cualquier frecuencia de oscilación modificando la parte imaginaria de sus polos complejos. En este caso se representó una inestabilidad con una frecuencia natural 0.7 rad/s, obtenida de los polos complejos de un modelo de orden reducido utilizado por M. Ceceñas-Falcón [1] para representar una inestabilidad en particular de la planta de LaSalle bajo determinadas condiciones de operación. Una breve discusión de las consecuencias producidas por inestabilidades numéricas en los métodos de integración de las ecuaciones diferenciales que conforman el modelo de orden reducido, se realiza en el artículo de la referencia [8].

Finalmente podemos concluir que esto podría representar un sistema de monitoreo de la estabilidad relativa del reactor (para oscilaciones que se presenten en fase) dentro de un simulador de una planta nucleoelectrónica. La desventaja que se tiene es que se considera que la reactividad sólo cambia como una señal de tipo escalón, y que si llegara a cambiar de manera diferente a esta, los parámetros obtenidos considerando una entrada de tipo escalón resultarían erróneos.

REFERENCIAS

1. M. Ceceñas-Falcón, “*Stability Monitoring for Boiling Water Reactors*”, PhD Dissertation, Pennsylvania State University, (1999).
2. P. J. Otaduy, “*Modeling of the Dynamic Behavior of Large Boiling Water Reactor Cores*”, PhD Dissertation, University of Florida (1979).
3. J. March-Leuba and P. J. Otaduy, “*A comparison of BWR Stability Measurements with Calculations Using the Code LAPUR-IV*”, NUREG/CR-298,ORNL/TM-8546, (1983).
4. J. March_Leuba, “*A Reduced Order Model of Boiling Water Reactor Linear Dynamics*”, Nuclear Technology, **vol. 75**, p. 15-22 (1986).
5. A. Villalobos, J. Morales, J. Arellano, G. Martínez, J. M. Pérez, F. Mugica, “*Desarrollo de un Modelo de Simulación de Plantas Nucleoelectricas Tipo BWR*”, IIE /DEN, IIE /FE-N14/1546/13/F, Jun/83.
6. L. Ljung. “*System Identification. Theory for the user*”, Prentice Hall, (1987).
7. K. Ogata, “*Ingeniería de Control Moderna*”, Prentice Hall, (1998).
8. J. Morales-Sandoval And A. Hernández-Solís. “*Numerical and Physical instabilities of reduced order model of a BWR reactor core*”, Annals of Nuclear Energy. (Próximo a publicarse).