

PROFILS THEORIQUES DES RAIES SPECTRALES DE L'ATOME
D'HYDROGENE

Sommaire. - Le problème d'élargissement des raies de l'atome H est formulé dans l'approximation quasi-statique en ce qui concerne les ions et dans l'approximation du chemin classique en ce qui concerne les électrons. Ceux-ci interviennent dans différents résultats uniquement par la fonction auto-corrélation du champ électrique fluctuant qu'ils créent en chaque point du plasma. La correction de Lewis a été appliquée mais en tenant compte de la distribution des vitesses électroniques. La formule donnant les profils d'impact habituels, valable seulement pour des fréquences très inférieures à la fréquence du plasma, est ainsi prolongée de manière continue par une autre formule, valable jusqu'au voisinage de la région spectrale où l'approximation quasi-statique commence à être également justifiée pour les électrons. A titre d'illustration on représente graphiquement le profil de la raie Ly α pour $T = 10^4$ °K et des densités électroniques de $N = 10^{17}$ cm⁻³ et $N = 10^{18}$ cm⁻³.

1965 - Commissariat à l'Energie Atomique - France

46 p.

CEA-R 2912 - NGUYEN Hoe, DRAWIN Hans-Werner, HERMAN Louis
EUR-2630

THEORETICAL PROFILES OF THE SPECTRAL LINES OF THE HYDROGEN
ATOM

Summary. - The line-broadening problem of the hydrogen lines has been formulated in the quasistatic approximation as far as the ions are concerned, and in the classical path approximation as far as the broadening due to collisions with electrons is concerned. These electrons interfere in different numerical results only by the self-correlation function of the fluctuating electrical field strength created at each point in the plasma. The Lewis correction has been applied, but using the whole velocity distribution function of the electrons. The formula which represents the usual impact profile, valid only for frequencies much smaller than the plasma frequency, has been extended using another formula which will be valid up to the neighbourhood of that spectral region where the quasi-static approximation begins to be valid also for the electrons. As an example, the line profile of Ly α is given by some graphs for $T = 10^4$ °K and electron densities $N = 10^{17}$ cm⁻³ and $N = 10^{18}$ cm⁻³.

1965 - Commissariat à l'Energie Atomique - France

46 p.

ASSOCIATION EURATOM - C.E.A.

GROUPE DE RECHERCHES SUR LA FUSION CONTROLÉE

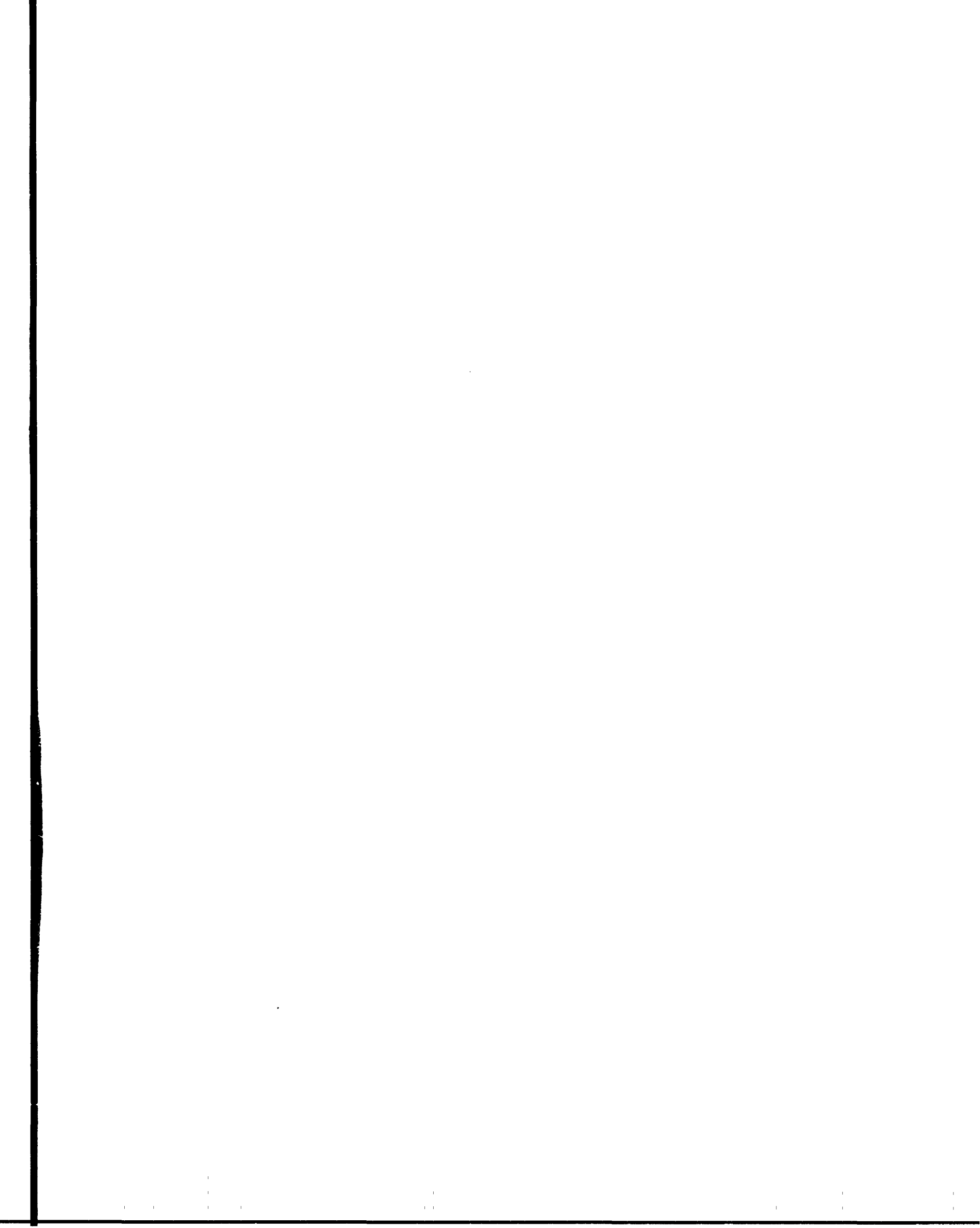
**PROFILS THEORIQUES DES RAIES SPECTRALES
DE L'ATOME D'HYDROGENE**

par

Hoe NGUYEN , Hans-Werner DRAWIN

Louis HERMAN

Rapport C E A - R 2912



Les rapports du COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE sont, à partir du n° 2200, en vente à la Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS VIIIème.

The C.E.A. reports starting with n° 2200 are available at the Documentation Française, Secrétariat Général du Gouvernement, Direction de la Documentation, 16, rue Lord Byron, PARIS VIIIème.

- Rapport CEA-R 2912 -

Groupe de Recherches de l'Association EURATOM-CEA
sur la Fusion Contrôlée

PROFILS THEORIQUES DES RAIES SPECTRALES
DE L'ATOME D'HYDROGENE

par

Hoe NGUYEN,* Hans-Werner DRAWIN,** Louis HERMAN*

* Laboratoire de Recherche Physique, Sorbonne, Paris

** Association EURATOM-CEA, Groupe de Recherches
sur la Fusion Contrôlée, Fontenay-aux-Roses (Seine)

- Décembre 1965 -

7

TABLE DES MATIERES

I- INTRODUCTION	1
II- OPERATEUR D'EVOLUTION	5
III-FONCTION AUTOCORRELATION DU CHAMP ELECTRONIQUE	15
IV- PROFIL DE RAIE	22
1°-Profil d'impact	23
2°-Profil d'impact corrigé	26
V- QUELQUES RESULTATS NUMERIQUES	34
REFERENCES	35

PROFILS THEORIQUES DES RAIES SPECTRALES DE L'ATOME D'HYDROGENE

I- INTRODUCTION

Il est établi que le contour spectral des raies émises par un milieu rayonnant est donné par la transformée de Fourier de la fonction autocorrélation de l'amplitude lumineuse [1]

$$I(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Riel} \int_0^{\infty} e^{i\omega t} dt \text{ Trace} [\vec{r} T'(t) \vec{r} T(t) \rho]_m$$

où ρ , T et \vec{r} désignent respectivement l'opérateur densité, l'opérateur d'évolution et le vecteur-position de l'atome rayonnant. L'indice m indique que l'on prend la moyenne sur l'ensemble des perturbateurs environnants. Pour des largeurs de raies petites comparativement à kT , on peut considérer ρ comme constant et l'ignorer pratiquement dans le calcul de $I(\omega)$:

$$(1) \quad I(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Riel} \int_0^{\infty} e^{i\omega t} dt \text{ Trace} [\vec{r} T'(t) \vec{r} T(t)]_m$$

Le problème consiste alors à déterminer convenablement l'opérateur d'évolution $T(t)$. L'hypothèse du chemin classique des perturbateurs est admise ici. Cette hypothèse, justifiée pour les collisions à grand nombre quantique orbital [2], est basée sur le fait que l'élargissement des raies provient essentiellement des interactions faibles à grand paramètre d'impact.

Remarquons dès à présent que (1) prend une forme simple si on s'éloigne suffisamment dans les ailes. En effet, en posant :

(2) $T(t) = e^{-iH_A t/\hbar} S(t)$; H_A = Hamiltonien de l'atome libre, et en retenant seulement les transitions entre les sous-états de même nombre quantique principal parmi celles provoquées par les perturbateurs, l'expression (1) s'écrit :

$$(3) \quad I(\Delta\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Réal} \int_0^{\infty} e^{i\Delta\omega t} dt \sum_{a,b \ll \beta} \langle a|\vec{z}|a \rangle \langle \beta|\vec{z}|b \rangle \left[\langle a|S(t)|\beta \rangle \langle b|S(t)|a \rangle \right]_m$$

où on a désigné par a, b, \dots les sous états du niveau supérieur de nombre quantique principal n , par α, β, \dots ceux du niveau inférieur de nombre quantique principal n' et par $\Delta\omega$ la différence entre la fréquence ω considérée et la fréquence non perturbée $(E_n - E_{n'})/\hbar$. Pour $\Delta\omega$ assez grand, l'intervalle de temps qui contribue à l'intégrale de Fourier figurant dans (3) peut se réduire suffisamment pour que le mouvement des perturbateurs puisse être ignoré (hypothèse quasi-statique). D'autre part, l'intense champ électrostatique, provoquant le déplacement des composantes de la raie vers cette région spectrale $\Delta\omega$, provient essentiellement du perturbateur isolé le plus proche, dont la distribution spatiale est donnée par [3] :

$$(4) \quad W(R) dR = 4\pi N R^2 dR e^{-(4\pi N R^3/3)}$$

$$\simeq 4\pi N R^2 dR \quad \text{pour } R \ll R_0 = (3/4\pi N)^{1/3}$$

R et N étant respectivement la distance à l'atome et la concentration volumique du perturbateur considéré (ion ou électron). En orientant l'axe OZ suivant la direction de ce dernier, le potentiel d'interaction avec l'atome est

$$\pm \frac{e^2 z \cdot \vec{R}}{R^3} = \pm \frac{e^2 z}{R^2}$$

(les signes + et - correspondent respectivement aux électrons et aux ions).
 Les fonctions d'ondes étant exprimées en coordonnées paraboliques, les opérateurs d'évolution $T(t)$ et $S(t)$ définis par :

$$T(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} \left(H_A + \frac{e^2 z}{R^2} \right) t} ; \quad S(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} \left(\mp \frac{e^2 z}{R^2} \right) t}$$

sont alors diagonaux dans chaque sous-espace de nombre quantique principal donné. En particulier :

$$\langle \alpha | S(t) | \beta \rangle = e^{-\frac{i}{\hbar} \left(\mp \frac{e^2 \langle \alpha | z | \beta \rangle}{R^2} \right) t} \quad \delta_{\alpha\beta}$$

et l'expression (3) s'écrit :

$$I(\Delta\omega) = \sum_{\alpha\alpha'} \langle \alpha | z | \alpha' \rangle \langle \alpha' | z | \alpha \rangle \left[\delta \left[\Delta\omega \mp \frac{e^2 a_0 k_{\alpha\alpha'}}{\hbar R^2} \right] \right]_m$$

$$k_{\alpha\alpha'} = \frac{1}{a_0} \left(\langle \alpha | z | \alpha' \rangle \cdot \langle \alpha' | z | \alpha \rangle \right)$$

$$(5) \quad I(\Delta\omega) = \sum_{\alpha\alpha'} \langle \alpha | z | \alpha' \rangle \langle \alpha' | z | \alpha \rangle \int_0^{\infty} 4\pi R^2 dR \cdot$$

$$\left[N_e \delta \left(\Delta\omega - \frac{e^2 a_0 k_{\alpha\alpha'}}{\hbar R^2} \right) + N_i \delta \left(\Delta\omega + \frac{e^2 a_0 k_{\alpha\alpha'}}{\hbar R^2} \right) \right]$$

$$(6) \quad I(\Delta\omega) = 2\pi (N_e + N_i) \Delta\omega^{-3/2} \sum_{\alpha\alpha'} \langle \alpha | z | \alpha' \rangle \langle \alpha' | z | \alpha \rangle \left(\frac{e^2 a_0 k_{\alpha\alpha'}}{\hbar} \right)^{3/2}$$

le signe \sum_{α} indiquant que la sommation doit se limiter aux composantes ayant k_{α} de même signe que $\Delta\omega$

L'expression (6) n'est autre que la forme asymptotique du profil Holtzmarkien connu, appliqué aussi bien aux électrons qu'aux ions. Nous prendrons désormais $N_i = N_e = N$ (Plasma quasi-neutre), (6) devient :

$$(7) \quad I(\Delta\omega) = 4\pi N \Delta\omega^{-5/2} \sum_{\alpha} \langle \sigma/\bar{v}|\alpha \rangle \langle 4\bar{v}/\sigma \rangle \left(\frac{e^2 \sigma_0 k_{\alpha\alpha}}{\hbar} \right)^{3/2}$$

Deux critères de validité sont à vérifier pour cette relation [4]. D'une part l'hypothèse de quasi-staticité n'est valable que si le déplacement des perturbateurs pendant le temps $t \lesssim \Delta\omega^{-1}$, qui contribue à l'intégrale de Fourier de (3), est négligeable devant la distance

$$R \approx \left| \frac{e^2 \sigma_0 k_{\alpha\alpha}}{\hbar \Delta\omega} \right|^{1/2} \approx \left| \frac{e^2 \sigma_0 n^2}{\hbar \Delta\omega} \right|^{1/2}$$

qui contribue à l'intégrale (5) lors de la prise en moyenne. Ceci donne :

$$\Delta\omega \gg \frac{m \bar{v}^2}{n^2 \hbar} \quad ; \quad \bar{v} \text{ étant la vitesse moyenne du perturbateur,}$$

soit, à un facteur voisin de l'unité près :

$$(8a) \quad \Delta\omega \gg \Delta\omega_L = \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} \cdot \frac{kT}{\hbar n^2} \quad \text{pour les électrons}$$

et

$$(8b) \quad \Delta\omega \gg \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} \cdot \frac{kT}{\hbar n^2} \cdot \frac{1}{1840} \quad \text{pour les ions.}$$

D'autre part, l'approximation qui consiste à considérer uniquement l'interaction avec le perturbateur le plus proche implique que les distances R contribuant à l'intégrale de prise de moyenne (5) sont très petites vis à vis de la distance moyenne des perturbateurs $R_0 = \left(\frac{4\pi N}{3}\right)^{-1/3}$, c'est à dire :

$$(9) \quad \Delta\omega \gg \left(\frac{4\pi N}{3}\right)^{2/3} \cdot \frac{\hbar n^2}{m}$$

Dans les conditions expérimentales courantes, le critère donné par (8) est le plus restrictif. Pour compléter le profil dans le domaine restant $\Delta\omega \lesssim \Delta\omega_2$ une étude plus attentive s'impose. En particulier en ce qui concerne les électrons, si l'hypothèse du chemin classique reste valable, leur mouvement au cours du temps ne peut pas être ignoré.

II- OPERATEUR D'EVOLUTION

Pour arriver à l'expression (7) nous avons implicitement supposé que, dans le développement multipolaire de l'interaction coulombienne entre l'atome rayonnant et les perturbateurs, seul le terme dipolaire joue un rôle important. Pour simplifier nous adoptons ici encore cette approximation; le potentiel d'interaction est alors donné par :

$$V(t) = e\vec{r} \cdot \vec{E}_r(t)$$

$\vec{E}_r(t)$ étant le champ électrique créé à l'instant t par l'ensemble des perturbateurs (électrons et ions). L'interaction quadrupolaire [5] nécessaire pour expliquer certains effets d'asymétrie [6], a une contribution relative ne dépassant pas 10%.

Il convient maintenant, d'après Baranger et Mozer [8], de considérer $E_r(t)$ comme la superposition de deux champs électriques appelés respectivement "composante de basse fréquence" et "composante de haute fréquence". La "composante de basse fréquence" \vec{E}_B est la somme des champs créés par les ions soumis à l'effet d'écran électronique.

La "composante de haute fréquence" $\vec{E} = \vec{E}_T - \vec{E}_B$ fluctuant beaucoup plus rapidement que la précédente, est essentiellement due aux électrons, centres de force de nature purement coulombienne.

Dans la mesure où le critère (8b) est satisfait, \vec{E}_B peut être considéré comme indépendant du temps et déterminé d'après différentes configurations spatiales ioniques convenablement distribuées. La distribution du champ ionique a été déterminée par plusieurs auteurs [9] [10] [11], dont Baranger et Mozer [12] qui ont tenu compte de la corrélation binaire ion-ion et de l'effet d'écran dû aux électrons.

Comme de coutume, nous admettrons en fait ici, en ce qui concerne les ions, l'approximation quasi-statique dans tout le domaine spectral. Cette approximation est justifiée par le fait que là où le critère (8b) n'est pas vérifié le rôle des électrons est nettement prépondérant vis à vis de celui des ions.

En orientant convenablement l'axe OZ, l'Hamiltonien de l'atome d'Hydrogène en interaction avec l'ensemble des perturbateurs s'écrit :

$$(10) \quad H(t) = H_A + e z F + v(t)$$

où F désigne l'intensité du champ ionique ("composante de basse fréquence") et

$$(11) \quad v(t) = e \vec{r} \cdot \vec{E}(t)$$

représente la contribution du seul champ électronique fluctuant.

Le calcul du profil spectral se fait alors suivant le procédé connu :

$$(12) \quad I(\omega) = \int I_F(\omega) W(F) dF$$

où $W(F)$ est la fonction de distribution de F et $I_F(\omega)$, pour F donné, le profil élargi par les fluctuations du champ électronique :

$$(13) \quad I_F(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \int_0^{\infty} e^{i\omega t} dt \text{ Trace} [\vec{e} T(t) \vec{e} T(t)]_m$$

Dans cette dernière expression, l'indice m désigne maintenant la prise de moyenne sur les seuls mouvements électroniques dont l'isotropie est supposée conservée malgré l'orientation du champ ionique.

L'opérateur d'évolution $T(t)$ figurant dans (13) est défini par :

$$(14) \quad i\hbar \frac{dT(t,0)}{dt} = H(t) T(t) = [H_0 + V(t)] T(t,0)$$

$$T(0,0) = 1$$

$$H_0 = H_A + eEF$$

En passant à la représentation intermédiaire :

$$(15) \quad U(t,0) = e^{iH_0 t/\hbar} T(t,0);$$

et en posant :

$$(16) \quad V_I(t) = e^{iH_0 t/\hbar} V(t) e^{-iH_0 t/\hbar}$$

l'équation (14) devient

$$(17) \quad i\hbar \frac{dU(t,0)}{dt} = V_I(t) U(t,0); \quad U(0,0) = 1$$

d'où par itération :

$$(18) \quad U(t,0) = 1 + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t V_I(t) dt + \frac{1}{(i\hbar)^2} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 V_I(t_1) V_I(t_2)$$

Les termes linéaires en $V_I(t)$ s'éliminent par prise en moyenne statistique :

$$V_m(t,0) \approx 1 - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [V_I(t_1) V_I(t_2)]_m$$

D'après (11) et (16) on a :

$$[V_I(t_1) V_I(t_2)]_m = e^{\frac{iH_0 t_1}{\hbar}} \sum_{ij} z_i e^{-iH_0(t_1-t_2)/\hbar} z_j e^{-iH_0 t_2/\hbar} [E_i(t_1) E_j(t_2)]_m$$

les indices i, j désignant les composantes de divers vecteurs suivant les axes de coordonnées. A l'équilibre thermodynamique on a :

$$[E_i(t_1) E_j(t_2)]_m = \frac{1}{3} [\vec{E}(t_1-t_2) \cdot \vec{E}(0)]_m \delta_{ij}$$

et par suite :

$$(19) U_m(t, 0) = 1 - \frac{e^2}{3\hbar^2} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 e^{iH_0 t_1 / \hbar} \vec{r} \cdot e^{-iH_0(t_1-t_2)/\hbar} \vec{r} e^{-iH_0 t_2 / \hbar} [\vec{E}(t_1-t_2) - \vec{E}(0)]_m$$

Dans ce travail nous adoptons l'approximation habituelle qui consiste à ne retenir que les transitions induites par les électrons entre sous-états de même nombre quantique principal n . Cette approximation est justifiée lorsque les largeurs des raies sont petites vis à vis de leur séparation.

L'expression (19) n'est valable que pour les interactions faibles et pour des temps t assez courts, justifiant le fait qu'on n'a retenu, dans la solution itérative de l'équation de Schrödinger (18) que le premier terme significatif :

$$-\frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 V_I(t_1) V_I(t_2)$$

Dans les conditions expérimentales courantes, si l'on se restreint au principal agent d'élargissement constitué ici par les collisions à grand paramètre d'impact, les temps t ainsi limités sont de l'ordre de plusieurs fois l'inverse de la fréquence du plasma λ / \bar{v} , comme nous le verrons ultérieurement (λ : longueur de Debye, \bar{v} : vitesse moyenne des électrons).

Pour les intervalles de temps beaucoup plus grand, considérons

$$(20) U_m(t+\Delta t, 0) = [U(t+\Delta t, t) U(t, 0)]_m$$

Supposons qu'on puisse choisir Δt tel que :

1°) $\Delta t \gg \lambda / \bar{v}$, comme λ / \bar{v} représente essentiellement le temps de corrélation du champ électronique [13], les deux termes du second membre de (20) peuvent être considérés comme statistiquement indépendants :

$$(21) \quad U_m(t + \Delta t, 0) \# U_m(t + \Delta t, t) U_m(t, 0); \quad \Delta t \gg \lambda / \bar{v}$$

2°) Δt reste assez petit pour que (19) reste applicable à $U_m(t + \Delta t, t)$:

$$(22) \quad U_m(t + \Delta t, t) = 1 - \frac{e^2}{3\hbar^2} \int_t^{t+\Delta t} dt_1 \int_t^{t_1} dt_2 e^{\frac{iH_0 t_1}{\hbar}} \vec{z} e^{-\frac{iH_0(t_1-t_2)}{\hbar}} \vec{z} e^{-\frac{iH_0 t_2}{\hbar}} [E(t_1-t_2) \cdot \vec{E}(0)]_m$$

$$= 1 - \frac{e^2}{3\hbar^2} e^{iH_0 t / \hbar} \left\{ \int_0^{\Delta t} dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 e^{\frac{iH_0 t_1}{\hbar}} \vec{z} e^{-\frac{iH_0(t_1-t_2)}{\hbar}} \vec{z} e^{-\frac{iH_0 t_2}{\hbar}} [E(t_1-t_2) \cdot \vec{E}(0)]_m \right\} \cdot e^{-iH_0 t / \hbar}$$

D'après la remarque concernant l'expression (19) les conditions 1°) et 2°) sont en général compatibles. Cependant, pour arriver à une expression maniable de l'opérateur d'évolution, une nouvelle approximation serait nécessaire. Les arguments des exponentielles figurant dans (22) sont de l'ordre de :

$$\Delta \omega_{z,l} \times \frac{\Delta t \bar{v}}{\lambda}$$

où

$$\Delta \omega_{z,l} = \frac{3}{2} n(n-1) \frac{e a_0 f_0}{\hbar} \frac{\lambda}{\bar{v}}$$

F_0 étant le champ normal du plasma.

En tenant compte du fait que :

$$F_0 = 2,603 e N^{2/3}$$

$$\bar{v} \# (2kT/m)^{1/2}$$

$$\lambda = (kT/4\pi N e^2)^{1/2}$$

on a :

$$(23) \quad \Delta \omega_{z,l} = 5,67 \cdot 10^{-6} n(n-1) N^{1/6}$$

N étant exprimé en cm^{-3} .

Tout en réalisant la condition 1°) ($\Delta t \bar{v} / \lambda \gg 1$) on peut donc remplacer les exponentielles par l'unité en imposant à n et N des valeurs suffisamment petites. On a alors :

$$U_m(t + \Delta t, t) = 1 - \frac{e^2}{3\hbar^2} e^{iH_0 t / \hbar} \left\{ \vec{z} \cdot \vec{z} \int_0^{\Delta t} dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [E(t_1-t_2) \cdot \vec{E}(0)]_m \right\} e^{-iH_0 t / \hbar}$$

ou :

$$(24) \quad U_m(t + \Delta t, t) = 1 - \frac{e^2}{3\hbar^2} e^{iH_0 t / \hbar} \left\{ \vec{z} \cdot \vec{z} \int_0^{\Delta t} dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [E(t_2) \cdot E(0)]_m \right\} e^{-iH_0 t / \hbar}$$

Conformément aux hypothèses précédentes et au comportement de la fonction $[E(t) \cdot E(0)]_m$ l'intégrale double figurant dans (24) prend une forme simple. En effet par intégration par parties on a :

$$(25) \int_0^{\Delta t} dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [\vec{E}(t_2) \vec{E}(0)]_m = \Delta t \int_0^{\Delta t} dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m - \int_0^{\Delta t} t dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m$$

$$= q \Delta t \int_0^{\Delta t} dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m$$

$$(26) \text{ avec } q = 1 - \frac{\int_0^{\Delta t} dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m}{\int_0^{\Delta t} dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m} - \frac{\int_0^{\Delta t} t dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m}{\Delta t \int_0^{\Delta t} dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m}$$

La contribution de $[\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m$ à ces diverses intégrales vient surtout [13] de l'intervalle de temps $t \gg 2\bar{\rho}_c/\bar{v}$; $\bar{\rho}_c$ étant le paramètre d'impact minimum des collisions faibles toujours beaucoup plus petit que la longueur de Debye λ . Dans cet intervalle on a :

$$[\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m \propto \frac{e \cdot t \bar{v} / \lambda}{t}, \quad t \gg 2\bar{\rho}_c / \bar{v}$$

et par suite

$$\int_0^{\Delta t} dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m \propto \int_{\frac{2\bar{\rho}_c}{\lambda}}^{\infty} \frac{e \delta dy}{y} \approx \log \frac{\lambda}{2\bar{\rho}_c} \cdot \delta$$

(δ étant la constante d'Euler)

$$\int_0^{\Delta t} dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m \propto \int_{\frac{\Delta t \bar{v}}{\lambda}}^{\infty} \frac{e \delta dy}{y} \approx \frac{e \cdot \Delta t \bar{v} / \lambda}{(\Delta t \bar{v} / \lambda)} \quad (\Delta t \bar{v} / \lambda \gg 1)$$

$$\int_0^{\Delta t} t dt [\vec{E}(t) \vec{E}(0)]_m \propto \frac{\lambda}{\bar{v}} \int_0^{\Delta t \bar{v} / \lambda} e^{-y} dy = \frac{\lambda}{\bar{v}} (1 - e^{-\Delta t \bar{v} / \lambda})$$

L'expression (26) devient

$$g \approx 1 - \frac{e^{-\Delta t \bar{v}/\lambda}}{\frac{\Delta t \bar{v}}{\lambda} \left(\log \frac{\lambda}{2\beta c} - \delta \right)} - \frac{1 - e^{-\Delta t \bar{v}/\lambda}}{\frac{\Delta t \bar{v}}{\lambda} \left(\log \frac{\lambda}{2\beta c} - \delta \right)}$$

$\log \frac{\lambda}{2\beta c}$ est de l'ordre de plusieurs fois l'unité, la condition $\Delta t \bar{v}/\lambda \gg 1$ conduit alors à l'approximation $g \approx 1$ et conformément à (24) et (25) :

$$(27) \quad U_m(t+\Delta t, t) = 1 - e^{iH_0 t/\hbar} \phi e^{iH_0 t/\hbar} \Delta t$$

avec

$$(28) \quad \phi = \frac{e^2}{3\hbar^2} \vec{z} \cdot \vec{r} \int_0^{\infty} dt [\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m$$

L'équation (21) donne :

$$\frac{U_m(t+\Delta t, 0) - U_m(t, 0)}{\Delta t} = - e^{iH_0 t/\hbar} \phi e^{-iH_0 t/\hbar}$$

L'opérateur d'évolution $U_m(t, 0)$ est donc déterminé par l'équation

$$(29) \quad \frac{dU_m(t, 0)}{dt} = - e^{iH_0 t/\hbar} \phi e^{-iH_0 t/\hbar} U_m(t, 0)$$

pour $t \gg \lambda/k \bar{v}$, $U_m(0, 0) = 1$

En revenant à la représentation de Schrödinger

$$T_m(t, 0) = e^{-iH_0 t/\hbar} U_m(t, 0)$$

l'équation (29) s'écrit

$$(30) \quad \frac{dT_m(t, 0)}{dt} = (H_0 + \hbar \phi / i) T_m(t, 0)$$

d'où :

$$(31) \quad T_m(t,0) = e^{-(iH_0/\hbar + \phi)t}$$

et

$$(32) \quad U_m(t,0) = e^{-\phi t} ; t \gg \lambda/\bar{v}$$

Nous retrouvons ainsi le résultat connu de l'approximation d'impact. Remarquons cependant qu'il existe, entre autres, la condition de validité dépendant de la raie considérée et des concentrations électroniques :

$$(33) \quad \Delta\omega_{2,l} = 5,67 \cdot 10^{-5} n(n-1) N^{1/2} \ll 1$$

Pour les concentrations usuelles, cette condition est très convenablement satisfaite pour les premières raies des séries de Lyman et de Balmer. Elle devient très restrictive pour les raies élevées ($n \geq 10$) ; ce qui explique, du moins en partie, l'important désaccord entre de récents résultats expérimentaux [14] et les profils théoriques obtenus à partir de l'approximation d'impact.

(Voir également, à ce sujet Van Regemorter 1964 [15]).

Nous nous proposons d'étudier dans ce travail les raies à petit nombre quantique principal en supposant l'inégalité (33) réalisée. La courbe $\Delta\omega_{2,l} = \frac{1}{2}$ représentée sur la figure (1), délimite convenablement, avec l'axe des n et celui des N , le domaine dans lequel l'hypothèse précédente serait satisfaite.

L'expression (19) se réduit dans ce cas

$$(34) \quad U_m(t,0) = 1 - \frac{e^2 \bar{z} \cdot \bar{z}}{3\hbar^2} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [\vec{E}(t_1 - t_2) \cdot \vec{E}(0)]_m \\ = 1 - \frac{e^2 \bar{z} \cdot \bar{z}}{3\hbar^2} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [\vec{E}(t_2) \cdot \vec{E}(0)]_m$$

Cette relation est valable si le dernier terme est très inférieur à l'unité ou a plus forte raison si :

$$t \langle \phi \rangle \ll 1$$

où $\langle \phi \rangle$ est la valeur moyenne de l'opérateur ϕ défini par (28) :

$$(35) \quad \langle \phi \rangle = \frac{n^4 e^2 a_0^2}{3\hbar^2} \int_0^\infty dt [\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m$$

III- FONCTION AUTOCORRELATION DU CHAMP ELECTRONIQUE.

Dans les relations précédentes, le champ électrique créé par les électrons intervient seulement par sa fonction autocorrélation $[\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]$ et la transformée de Fourier de celle-ci.

Suivant la remarque sur la validité de l'expression (19) $[\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m$ doit être déterminé à l'exclusion des collisions fortes. Une collision forte peut être définie comme ayant, pour sa durée complète, une contribution individuelle égale ou supérieure à l'unité, au troisième terme du second membre de (18). On trouve ainsi [16] le paramètre d'impact limite :

$$(36) \quad \rho_c = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \frac{n^2 \hbar}{m v}$$

qui sépare l'ensemble des collisions en deux classes.

On ne considère ici que les collisions faibles définies par $\rho \leq \rho_c$. La faible correction tenant compte des collisions fortes peut être introduite en faisant intervenir la fréquence de collision $N\pi\rho_c^2$ suivant la théorie de Lorentz.

D'après l'expression (36) définissant ρ_c , la valeur $t = 2\rho_c/v$ qui sépare les intervalles de validité des expressions (38) et (39) s'écrit :

$$t = 2\rho_c/v = \left(\frac{8}{3}\right)^{1/2} \left(\frac{\hbar n^2}{mv^2}\right).$$

Pour tenir compte du fait que les électrons ne sont pas monocinétiques, t étant donné, il suffit de prendre la moyenne sur v , des expressions (38) et (39) :

$$\begin{aligned} [\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m = 4\pi e^2 N \left\{ \int_0^{\left[\left(\frac{8}{3}\right)^{1/2} \frac{\hbar n^2}{m^2}\right]^{1/2}} f(v) \left[\frac{1}{\rho_c} - \frac{vt}{4\rho_c^2} - \frac{1 \cdot e^{-vt/\lambda}}{vt} \right] \right. \\ \left. + \int_{\left[\left(\frac{8}{3}\right)^{1/2} \frac{\hbar n^2}{m^2}\right]^{1/2}}^{\infty} f(v) dv \cdot \frac{e^{-vt/\lambda}}{vt} \right\} \end{aligned}$$

où $f(v)$ désigne la fonction de distribution des vitesses v :

$$f(v) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

Après quelques intégrations élémentaires on trouve :

$$\begin{aligned} (40) \quad [\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m = \left[\frac{2\pi e^2 N \bar{v}^3}{\lambda} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2} \right] g(z) \\ g(z) = \frac{2}{\varepsilon} \left[1 - \frac{z}{\varepsilon} + \frac{z}{\varepsilon} e^{-\varepsilon/z} \right] \cdot \int_0^{\infty} e^{-(u+z)u} du \end{aligned}$$

où on a posé

$$\bar{v} = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}$$

$$z = \frac{t\bar{v}}{\lambda}$$

$$\varepsilon = \left(\frac{8}{3}\right)^{1/2} \frac{\hbar n^2}{m\bar{v}\lambda}$$

ou :

$$\mathcal{E} = \frac{2\bar{p}_c}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \bar{p}_c = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \frac{\hbar n^2}{m\bar{v}}$$

Avec $\lambda = (kT/4\pi N e^2)^{1/2}$ on a :

$$(41) \quad \mathcal{E} = 4,976 \cdot 10^{-7} n^2 N^{1/2} T^{-1} \\ (N \text{ en } [\text{cm}^{-3}] \text{ et } T \text{ en } [K]).$$

Cette quantité est en général beaucoup plus petite que l'unité.

Dans la suite, nous aurons besoin de la transformée de Fourier de la fonction $g(\mathcal{Z})$ ou, de manière plus précise, de la quantité :

$$(42) \quad G(\mathcal{E}, \Delta\omega_z) = \text{Réal} \int_0^{\infty} e^{i\Delta\omega_z \mathcal{Z}} g(\mathcal{Z}) d\mathcal{Z}; \quad \Delta\omega_z = \frac{\Delta\omega \lambda}{\bar{v}}$$

D'après l'expression de $g(\mathcal{Z})$ il est commode de séparer $G(\mathcal{E}, \Delta\omega_z)$ en deux parties :

$$(43) \quad G(\mathcal{E}, \Delta\omega_z) = \text{Réal} [2G_1(\mathcal{E}, \omega_z) - G_2(\Delta\omega_z)]$$

où

$$G_1(\mathcal{E}, \Delta\omega_z) = \int_0^{\infty} e^{i\Delta\omega_z \mathcal{Z}} \left[1 - \frac{\mathcal{Z}}{\mathcal{E}} + \frac{\mathcal{Z}}{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}/\mathcal{Z}} \right] \frac{d\mathcal{Z}}{\mathcal{E}}$$

$$G_2(\Delta\omega_z) = \int_0^{\infty} e^{i\Delta\omega_z \mathcal{Z}} d\mathcal{Z} \int_0^{\infty} e^{-(\nu+\mathcal{Z})\nu} d\nu$$

En intervertissant l'ordre des intégrations, le calcul de Réel G_2 est immédiat :

$$\text{Riel } G_2(\Delta\omega_2) = \text{Riel} \int_0^\infty e^{-v^2} dv \int_0^\infty e^{(i\Delta\omega_2 - v)z} dz = \int_0^\infty \frac{v e^{-v^2} dv}{-v^2 + \Delta\omega_2^2}$$

$$\text{Riel } G_2(\Delta\omega_2) = \frac{e^{-\Delta\omega_2^2}}{2} \text{Ei}(\Delta\omega_2^2)$$

où $\text{Ei}(z)$ désigne l'intégrale exponentielle connue :

$$\text{Ei}(z) = \int_z^\infty \frac{e^{-v} dv}{v}$$

D'autre part, en posant $v = z/\mathcal{E}$, G_1 s'écrit

$$(45) \quad G_1(\mathcal{E}, \Delta\omega_2) = \int_0^\infty e^{(i\Delta\omega_2 \cdot \mathcal{E})v} (1 - v + v e^{-1/v}) dv$$

On remarque, d'après la définition de $\Delta\omega_2$ et de \mathcal{E} que :

$$\Delta\omega_2 \cdot \mathcal{E} = \Delta\omega \cdot \frac{2\bar{r}_c}{\lambda} = \Delta\omega \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \frac{\hbar n^2}{\hbar T} \leq 1$$

L'égalité a lieu pour $\Delta\omega = \Delta\omega_2$, limite inférieure du domaine spectral dans lequel l'approximation quasi-statique est valable pour les électrons (équation (8))

L'intégration de G_1 peut s'effectuer en coupant l'intervalle d'intégration en deux parties :

$$G_1 = \left(\int_0^1 \int_1^\infty \right) e^{(i\Delta\omega_2 \cdot \mathcal{E})v} (1 - v + v e^{-1/v}) dv$$

L'intégration dans l'intervalle (0,1) se fait en développant en série

le terme $e^{(i\Delta\omega_2 \cdot \mathcal{E})v}$:

$$\int_0^1 e^{(i\Delta\omega_2 \cdot \mathcal{E})v} (1 - v + v e^{-1/v}) dv = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i\Delta\omega_2 \cdot \mathcal{E})^n}{n!} \left[\frac{1}{(n+1)(n+2)} \int_0^1 \frac{e^{-v} dv}{v^{n+3}} \right]$$

De même, celle étendue sur $(1, \infty)$ se fait en développant $e^{-1/v}$:

$$\int_1^{\infty} e^{(i\Delta\omega_2 \varepsilon)v} (1 - v + ve^{-1/v}) dv = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-)^n}{(n+2)!} \int_1^{\infty} \frac{e^{(i\Delta\omega_2 \varepsilon)v} v^n}{v^{n+1}} dv$$

Par répétition de l'intégration par parties on trouve aisément les intégrales qui figurent dans les deux dernières expressions :

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-v} dv}{v^{n+2}} = \frac{e^{-1}}{(n+2)!} \sum_{k=0}^{n+1} (n+1-k)! (-)^k + \frac{(-)^n}{(n+2)!} Ei(1)$$

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{(i\Delta\omega_2 \varepsilon)v} v^n}{v^{n+1}} dv = \frac{e^{i\Delta\omega_2 \varepsilon}}{n!} \sum_{k=0}^{n-1} (n-1-k)! (i\Delta\omega_2 \varepsilon)^k + \frac{(i\Delta\omega_2 \varepsilon)^n}{n!} Ei(-i\Delta\omega_2 \varepsilon); n \geq 1$$

D'où:

$$(47) \quad G_1(\varepsilon, \Delta\omega_2) = [Ei(-i\Delta\omega_2 \varepsilon) + Ei(1)] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i\Delta\omega_2 \varepsilon)^n}{n!(n+2)!} \\ + e^{i\Delta\omega_2 \varepsilon} \sum_{n=0}^{\infty} (i\Delta\omega_2 \varepsilon)^n \beta_n + \sum_{n=0}^{\infty} (i\Delta\omega_2 \varepsilon)^n \alpha_n$$

où on a posé :

$$\beta_n = (-)^{n+1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-)^k k!}{(k+n+1)!(k+n+3)!};$$

$$\beta_0 = 0,14830 \quad ; \quad \beta_1 = 0,01955$$

$$\beta_2 = 0,00133 \quad ; \quad \beta_3 = 0,00006 \dots$$

et

$$\alpha_n = \frac{1}{(n+2)!} \left[1 + \frac{(-)^{n+1}}{e n!} \sum_{k=2}^{n+1} (-)^k k! \right]$$

$$\alpha_0 = 1/2 \quad ; \quad \alpha_1 = 0,28928$$

$$\alpha_2 = 0,07232 \quad ; \quad \alpha_3 = 0,01855 \dots$$

En se limitant au terme du premier ordre en $\Delta\omega_z \cdot \mathcal{E}$

on a :

$$(48) \text{ Réel } G_1(\mathcal{E}, \Delta\omega_z) = \frac{1}{2} \left[\int_{\Delta\omega_z \mathcal{E}}^{\infty} \frac{\cos v}{v} dv + Ei(1) \right] + \frac{\Delta\omega_z \cdot \mathcal{E}}{6} \int_{\Delta\omega_z \mathcal{E}}^{\infty} \frac{\sin v}{v} dv + \alpha_0 + \beta_0$$

$$\# \frac{1}{2} \left[0,7034 + Ei(1) - \delta + \text{Log}(1/\Delta\omega_z \mathcal{E}) + \frac{\pi \Delta\omega_z \mathcal{E}}{6} \right]$$

où δ est la constante d'Euler $\delta = 0,57721$ et $Ei(1)$ est donné par les tables $Ei(1) = 0,21938$

De (42), (44) et (48) on déduit :

$$(49) \text{ Réel } G_1(\mathcal{E}, \Delta\omega_z) = G_1(\mathcal{E}, 0) + \frac{\pi \Delta\omega_z \mathcal{E}}{6} - H(\Delta\omega_z)$$

où on a posé

$$G_1(\mathcal{E}, 0) = 0,7034 + Ei(1) + \text{Log}(1/\mathcal{E}) = 0,6342 + \text{Log}(1/\mathcal{E})$$

$$H(\Delta\omega_z) = \frac{1}{2} \left[\delta + e^{-(\Delta\omega_z)^2} Ei(\Delta\omega_z^2) + 2 \text{Log}(\Delta\omega_z) \right]$$

Puisque

$$Ei(\Delta\omega_z^2) \# -\delta - 2 \text{Log} \Delta\omega_z, \text{ pour } \Delta\omega_z \ll 1$$

$$\# \text{Exp}(-\Delta\omega_z^2) / \Delta\omega_z^2, \text{ pour } \Delta\omega_z \gg 1$$

$H(\Delta\omega_z)$ est une fonction nulle à l'origine et tendant rapidement vers sa forme asymptotique :

$$H_{\text{asympt}}(\Delta\omega_z) = \delta/2 + \text{Log} \Delta\omega_z$$

Les valeurs numériques de H sont données par le tableau

(A). Cette fonction est représentée graphiquement sur la figure (II), dans l'intervalle où elle présente une grande variation .

IV- PROFIL DE RAIE

Pour simplifier, nous négligeons ici la perturbation des états inférieurs due aux collisions électroniques. Cette hypothèse est rigoureuse pour les raies de la série de Lyman; une correction est nécessaire pour certaines raies des autres séries en particulier pour la raie H α . Dans la représentation où H₀ est diagonal, continuons à désigner par a, b, c, ... les sous-états du niveau supérieur n et par α, β, \dots ceux du niveau inférieur n'. En coordonnées paraboliques les lettres a, b, c, ... désignent en fait chacune un ensemble de trois nombres quantiques n₁, n₂, m tels que n₁ + n₂ + m + 1 = n de même, les lettres α, β, \dots représentent chacune un autre ensemble de trois nombres n'₁, n'₂, m' tels que n'₁ + n'₂ + m' + 1 = n'.

L'expression (13) donnant l'élargissement dû aux électrons s'écrit alors :

$$(50) I_F(\Delta\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Réal} \sum_{\sigma b \alpha} \int_0^\infty dt e^{i[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]t} \langle \sigma | \vec{e} | \alpha \rangle \langle \alpha | \vec{e} | b \rangle \langle b | U_m(t, 0) | \sigma \rangle$$

en tenant compte de l'hypothèse

$$\langle \alpha | U(t, 0) | \beta \rangle \neq \delta_{\alpha\beta}$$

Dans (50) $\Delta\omega$ désigne toujours la différence entre la fréquence considérée et la fréquence non perturbée et $\Delta\omega_{b\alpha}(F)$ le déplacement de la composante Stark ($b \rightarrow \alpha$) sous l'influence du champ ionique F.

Suivant la valeur de $\Delta\omega$ en comparaison avec la fréquence du plasma $\bar{\nu} / \lambda$, nous aurons à prendre, pour l'opérateur d'évolution figurant dans (50) soit l'expression (32) soit l'expression (34).

1°- PROFIL D'IMPACT

Considérons l'intervalle spectral $\Delta\omega \ll \bar{\nu} \lambda$. Le comportement de $I_F(\Delta\omega)$ donné par (50) est alors dicté par celui de $U_m(t, 0)$ pour $t \gg \lambda / \bar{\nu}$ et l'expression (32) est adéquate. On peut voir ceci en détails en remarquant que, d'après (32) et (34) l'intégrale de Fourier figurant dans (50) peut s'écrire :

$$(51) \int_0^\infty e^{i[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]t} U_m(t, 0) dt = \int_0^T e^{i[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]t} \left[1 - \frac{e^2}{3\hbar^2} \vec{e} \cdot \vec{e} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [\vec{E}(t_1) \vec{E}(t_2)] \right]_m \int_0^\infty e^{i[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]t} \phi t dt$$

où T est défini par

$$(52) \quad \lambda / \bar{\nu} \ll T \ll \langle \phi \rangle^{-1}$$

D'autre part, on a

$$1 - \frac{e^2}{3\hbar^2} \vec{e} \cdot \vec{e} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [\vec{E}(t_1) \vec{E}(t_2)]_m = 1 - t \phi \left[1 - \frac{\int_0^t dt_1 [\vec{E}(t_1) \vec{E}(0)]_m}{\int_0^\infty dt_1 [\vec{E}(t_1) \vec{E}(0)]_m} - \frac{\int_0^t dt_1 [\vec{E}(t_1) \vec{E}(0)]_m}{t \int_0^\infty dt_1 [\vec{E}(t_1) \vec{E}(0)]_m} \right]$$

Le même raisonnement que celui qui a conduit à l'approximation $q \neq 1$ (eq.26) montre que le terme entre crochets est une fonction qui prend la valeur 0 pour t=0 et tend rapidement vers 1 dès que t devient supérieur à $\lambda / \bar{\nu}$. Vu la double inégalité (52), une bonne approximation consiste alors à remplacer l'intégrale étendue sur (0, T) de (51) par :

$$\int_0^T e^{i(\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha})t} (1 - \phi t) dt \neq \int_0^T e^{i(\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha})t} \phi t dt$$

d'où

$$\int_0^{\infty} e^{i(\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha})t} U_m(t,0) dt = \int_0^{\infty} e^{[i(\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}) \cdot \phi]t} dt = \frac{1}{-i(\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}) + \phi}$$

et finalement

$$(53) I_F(\Delta\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Reel} \sum_{\alpha b\alpha} \langle \alpha | \vec{e} | \alpha \rangle \langle \alpha | \vec{e} | b \rangle \langle b | \frac{1}{\phi - i[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]} | \alpha \rangle$$

$$= \frac{1}{\pi} \text{Reel} \sum_{\alpha b\alpha} \langle \alpha | \frac{1}{\phi + i[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]} | b \rangle \langle b | \vec{e} | \alpha \rangle \langle \alpha | \vec{e} | \alpha \rangle$$

$\Delta\omega \ll \bar{v}/\lambda$

C'est le résultat bien connu, de la théorie d'impact. L'opération ϕ est donné, d'après (28) et (49), par :

$$(54) \phi = \frac{e^2}{3k^2} \vec{e} \cdot \vec{e} \left[4\pi N e^2 \left(\frac{2m}{\pi kT} \right)^{1/2} \right] G(\epsilon, 0)$$

$$\phi = \left[\frac{4\pi N e^4 \sigma_0^2}{3k^2} \left(\frac{2m}{\pi kT} \right)^{1/2} \right] \frac{\vec{e} \cdot \vec{e}}{\sigma_0^2} \left(0,6342 + \log \frac{1}{\epsilon} \right)$$

On en déduit :

$$\frac{\langle \phi \rangle \lambda}{\bar{v}} = 1,442 \cdot 10^{-10} N^{1/2} T^{-1/2} \pi^2 \left(0,6342 + \log \frac{1}{\epsilon} \right)$$

Dans le domaine où l'inégalité (33) est satisfaite, cette quantité est très petite par rapport à l'unité d'où la cohérence de la double inégalité (52).

Il est aisé de trouver la forme asymptotique de (53) en considérant la fonction du champ ionique F :

$$\frac{W(F)}{\phi + i[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]}$$

et l'intervalle spectral défini par :

$$(56) \quad \Delta\omega_{z,l} \sim \frac{\bar{v}}{\lambda}, \quad \langle \phi \rangle \ll \Delta\omega \ll \frac{\bar{v}}{\lambda}$$

où $\Delta\omega_{e,l}$ a été défini par (23)

En effet, pour $F \lesssim F_0$, on a :

$$\Delta\omega_{b\alpha}(F) \# \Delta\omega_{e,l} \cdot \frac{\bar{v}}{\lambda} \ll \Delta\omega$$

d'où

$$\text{Réal} \frac{W(F)}{\phi + i(\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha})} \# \frac{W(F)\phi}{\Delta\omega^2} \text{ pour } F \lesssim F_0$$

De même pour $F \gg F_0$

$$\begin{aligned} \text{Réal} \frac{W(F)}{\phi + i(\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha})} &= \frac{W(F)\phi}{[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)] + \phi^2} \\ &= \frac{W(F)}{|\Delta\omega|} \frac{\phi/|\Delta\omega|}{\left[1 - \frac{\Delta\omega_{b\alpha}}{\Delta\omega}\right] + \left[\frac{\phi}{|\Delta\omega|}\right]^2} \\ &\# \frac{W(F)}{|\Delta\omega|} \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{\sigma}{\left[1 - \frac{\Delta\omega_{b\alpha}}{\Delta\omega}\right]^2 + \sigma^2} \end{aligned}$$

d'où

$$(59) \text{ Réel} \frac{W(F)}{\phi + i[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]} \# \pi W(F) \delta[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]$$

Comme les intervalles de F dans lesquels (58) et (59) ont des valeurs appréciables sont très séparés on peut écrire :

$$(60) \text{ Réel} \frac{W(F)}{\phi + i[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)]} \# W(F) \left\{ \pi \delta[\Delta\omega - \Delta\omega_{b\alpha}(F)] + \frac{\phi}{\Delta\omega^2} \right\}$$

Les deux termes du second membre sont respectivement les contributions des ions et des électrons à l'élargissement des raies dans l'intervalle spectral délimité par (56). Comme nous allons le voir, (60) n'est en

fait que le cas limite d'une expression dont l'intervalle de validité est beaucoup plus grand .

2° PROFIL D'IMPACT CORRIGE

Considérons maintenant l'intervalle spectral:

$$\Delta\omega \geq \bar{v}/\lambda$$

Les valeurs de t qui contribuent à l'intégrale de Fourier figurant dans (50) sont au plus de l'ordre de λ/\bar{v} . L'opérateur $U_m(t, 0)$ s'exprime alors convenablement par (34).

L'intégration doit cependant s'étendre seulement sur l'intervalle $(0, T)$ où cette expression aurait un sens (T étant déjà défini par (52)). Par commodité, nous adoptons en fait un procédé équivalent qui consiste à étendre l'intervalle d'intégration à l'infini, après multiplication de l'intégrant par le facteur $\text{Exp}(-t/T)$.

Les éléments de matrice de $U_m(t, 0)$ défini par (34) sont :

$$(61) \langle b | U_m(t, 0) | a \rangle = \delta_{ab} - \frac{e^t}{3\hbar^2} \sum_c \langle b | \vec{E} / c \rangle \langle c | \vec{E} / a \rangle \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \sqrt{E(t_2)} \vec{E}(0) \Big|_m$$

Nous notons par les indices (S) et (C) respectivement les contributions de ces deux derniers termes.

De la même manière que pour (59) on a :

$$\text{Réal} \int_0^\infty dt e^{\{i[\Delta\omega - \Delta\omega_{ba}(F)] - \frac{1}{T}\}t} \# \pi \delta[\Delta\omega - \Delta\omega_{ba}(F)]$$

En remarquant que :

$$\Delta\omega T \gg \bar{v}T/\lambda \gg 1$$

Par suite la contribution du terme δ_{ab} à l'expression (50) de $I_F(\Delta\omega)$ est :

$$(62) \quad I_F^{(s)}(\Delta\omega) = \sum_{\alpha\alpha} \langle a|\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha|\vec{e}/\alpha \rangle \delta[\Delta\omega - \Delta\omega_{\alpha/\alpha}(F)]$$

D'où, suivant (12)

$$(63) \quad I^{(s)}(\Delta\omega) = \sum_{\alpha} \int W(F) dF \langle \alpha|\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha|\vec{e}/\alpha \rangle \delta[\Delta\omega - \Delta\omega_{\alpha/\alpha}(F)]$$

Cette dernière expression n'est autre que la contribution du champ ionique dans l'hypothèse quasi-statique habituelle .

De même, d'après (12) et (50), la contribution du dernier terme de (61) s'écrit :

$$(64) \quad I^{(c)}(\Delta\omega) = -\frac{e^2}{3\pi\kappa^2} \text{Réal} \sum_{\alpha b c \alpha} \int W(F) dF \langle \alpha|\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha|\vec{e}/b \rangle \cdot \langle b|\vec{e}/c \rangle \langle c|\vec{e}/\alpha \rangle \int_0^\infty e^{i[\Delta\omega - \Delta\omega_{\alpha/\alpha}(F)]t - \frac{t}{T}} dt \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [E(t_2) E(t_1)]_m$$

Pour la même raison que l'effet quadrupolaire, nous négligeons ici la variation des éléments $\langle a|\vec{e}/\alpha \rangle$, $\langle \alpha|\vec{e}/b \rangle$ en fonction de F. L'expression précédente devient :

$$(65) \quad I^{(c)}(\Delta\omega) = -\frac{e^2}{3\pi\kappa^2} \text{Réal} \sum_{\alpha b c \alpha} \langle \alpha|\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha|\vec{e}/b \rangle \langle b|\vec{e}/c \rangle \langle c|\vec{e}/\alpha \rangle \int_0^\infty e^{(i\Delta\omega - \frac{t}{T})t} \kappa/\Delta\omega_{\alpha/\alpha}(F) dt \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [E(t_2) E(t_1)]$$

En fait, arguant que les segments de trajectoire situés à l'extérieur de la sphère de rayon ρ_c , d'une collision de paramètre d'impact $\rho < \rho_c$ ont une contribution plus faible que celle d'une collision complète de paramètre d'impact ρ_c , Lewis [13] a suggéré de tenir compte également de ces segments de trajectoire dans le calcul de $[\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m$. Les interactions incompatibles sont ainsi réduites au minimum. Nous adoptons ici ce point de vue.

En supposant les électrons monocinétiques (v constant)

Lewis a donné :

$$(37) \quad [\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m = 4\pi N e^2 \left[\frac{1}{\rho_c} - \frac{vt}{4\rho_c^2} \right] \text{ pour } t \leq 2\rho_c/v$$

$$(38) \quad [\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m = 4\pi N e^2 \frac{e^{-vt/\lambda}}{vt} \text{ pour } t \gg 2\rho_c/v$$

Le potentiel d'interaction mutuelle électron-électron a été pris égal à celui de Debye $e^2 \cdot \frac{e^{-r/\lambda}}{r}$ pour l'établissement de (38) et négligé pour celui de (37).

Afin d'assurer la continuité de $[\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m$ pour la valeur $t = 2\rho_c/v$, il convient de modifier légèrement (37) en :

$$(39) \quad [\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m = 4\pi N e^2 \left[\frac{1}{\rho_c} - \frac{vt}{4\rho_c^2} - \frac{1 \cdot e^{-vt/\lambda}}{vt} \right] \text{ pour } t \leq 2\rho_c/v$$

Cette modification très faible numériquement (puisque $\rho_c \ll \lambda$) tiendrait compte de l'interaction négligée et simplifierait plusieurs expressions qui interviennent dans la suite.

$$\begin{aligned} \text{où } K(\Delta\omega_{b\alpha}, t) &= \int e^{-i\Delta\omega_{b\alpha}t} W(F) dF \\ &= \int e^{-\frac{e a_0 k_{b\alpha} t}{\hbar} F} W(F) dF \end{aligned}$$

K est une fonction de $\Delta\omega_{b\alpha} t = \frac{e a_0 k_{b\alpha} t}{\hbar}$ égale à l'unité à l'origine, et ne s'en écarte pas sensiblement tant que :

$$\Delta\omega_{b\alpha} t = \frac{e a_0 k_{b\alpha} t}{\hbar} \ll \frac{1}{F_0}$$

ou :

$$\Delta\omega_{e,l} \frac{t \bar{v}}{\lambda} \ll 1$$

Pour les valeurs significatives de t ($t \leq \lambda/\bar{v}$)

d'après (35) cette inégalité est toujours satisfaite. Une bonne approximation consiste alors à remplacer dans (65), K par l'unité. En effectuant le changement de variables $u = t_2$, $v = t_1 - t_2$, et $w = t - t_1$ l'intégrale qui y figure se réduit à :

$$\begin{aligned} & \text{Réal} \int_0^\infty e^{(i\Delta\omega - \frac{\gamma}{T})t} dt \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [\vec{E}(t_2) \vec{E}(0)] = \\ & \text{Réal} \int_0^\infty e^{(i\Delta\omega - \frac{\gamma}{T})w} dw \int_0^\infty e^{(i\Delta\omega - \frac{\gamma}{T})v} dv \int_0^\infty e^{(i\Delta\omega - \frac{\gamma}{T})u} [\vec{E}(u) \vec{E}(0)] du \\ \# & - \frac{1}{\Delta\omega^2} \text{Réal} \int_0^\infty e^{i\Delta\omega t} [\vec{E}(t) \vec{E}(0)] \end{aligned}$$

Cette dernière approximation est basée sur le fait que $\Delta\omega \gg 1/T^2$, et que $[\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m$ décroît beaucoup plus rapidement que $e^{-t/T} (T \gg \lambda/\bar{v})$. On obtient finalement

$$(66) \quad I^{(c)}/\Delta\omega = \frac{e^2}{3\pi\hbar^2} \cdot \frac{1}{(\Delta\omega)^2} \cdot \text{Re} \int_0^\infty dt e^{i\Delta\omega t} [\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m \\ \cdot \sum_{\sigma b c \alpha} (\langle \sigma | \vec{e} | \alpha \rangle \langle \alpha | \vec{e} | b \rangle) (\langle b | \vec{e} | c \rangle \langle c | \vec{e} | \sigma \rangle)$$

ou, d'après (40) et (42)

$$(67) \quad I^{(c)}/\Delta\omega = \left[\frac{4Ne^4 \sigma_0^2}{3\hbar^2} \left(\frac{2m}{\pi kT} \right)^{1/2} \right] \frac{1}{(\Delta\omega)^2} \cdot G(\mathcal{E}, \frac{\Delta\omega \lambda}{\bar{v}}) \\ \cdot \sum_{\sigma b c \alpha} (\langle \sigma | \vec{e} | \alpha \rangle \langle \alpha | \vec{e} | b \rangle) (\langle b | \frac{\vec{e}}{\sigma_0} | c \rangle \langle c | \frac{\vec{e}}{\sigma_0} | \sigma \rangle)$$

avec $\bar{v}/\lambda \lesssim \Delta\omega \ll \bar{v}/2\rho_c = \Delta\omega L$

La limite supérieure $\Delta\omega_L$ est due au fait qu'on a négligé les collisions fortes dans le calcul de $[\vec{E}(t) \cdot \vec{E}(0)]_m$ collisions qui deviendraient significatives dans cette région spectrale.

On retrouve l'expression (60) en remarquant que pour

$$\frac{\Delta\omega \lambda}{\bar{v}} \ll 1, \quad I^{(c)}/\Delta\omega, \text{ donné par l'expression précédente, tend vers } \frac{\phi}{\Delta\omega^2}$$

En faisant intervenir, comme il convient, la fonction de distribution donnée par Baranger et Mozer [12] :

$$W_B \left(\frac{F}{F_0} \right) d \left(\frac{F}{F_0} \right) = W(F) dF$$

la somme des contribution ionique et électronique s'écrit :

$$(68) \quad I(\Delta\omega) = \sum_{\sigma\alpha} \langle \sigma/\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha/\vec{e}/\sigma \rangle W\left(\frac{\Delta\omega \hbar}{e\sigma_0 k_{\sigma\alpha} F_0}\right) \frac{\hbar}{e\sigma_0 k_{\sigma\alpha} F_0} \\ + \left[\frac{4Ne^4 \sigma_0^2}{3K^2} \cdot \left(\frac{2m}{\pi K T}\right)^{1/2} \right] \cdot \frac{1}{\Delta\omega^2} = G(\epsilon, \frac{\Delta\omega \lambda}{v}) \\ \cdot \sum_{\sigma b c \alpha} (\langle \sigma/\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha/\vec{e}/b \rangle) (\langle b/\vec{e}/c \rangle \langle c/\vec{e}/\sigma \rangle)$$

Il serait intéressant de comparer cette expression avec la forme asymptotique du profil classique de Holtzmark ,

$$I_{Asympt}^{(H)}(\Delta\omega) = 1,496 \left(\frac{e\sigma_0 F_0}{\hbar}\right)^{3/2} (\Delta\omega)^{-5/2} \sum_{\sigma\alpha} \langle \sigma/\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha/\vec{e}/\sigma \rangle (\hbar\sigma\alpha)^{3/2}$$

qui est numériquement la moitié de l'expression (7), en considérant le rapport

$1/I_{Asympt}^{(H)}$. En raison du rôle important que joue la fréquence du plasma dans les discussions, exprimons ce rapport en fonction de $\Delta\omega_2 = \frac{\Delta\omega \lambda}{v}$:

$$(69) \quad \mathcal{R} = \frac{I}{I_{Asympt}^{(H)}} = S(\Delta\omega_2) + C(\Delta\omega_2)$$

où $S(\Delta\omega_2)$ et $C(\Delta\omega_2)$ les contributions respectives des ions et des électrons, sont données par :

$$(70) \quad S(\Delta\omega_2) = \frac{1}{1,496} \frac{\left(\frac{\hbar v \Delta\omega_2}{e\sigma_0 F_0 \lambda}\right)^{5/2}}{\sum_{\sigma\alpha} \langle \sigma/\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha/\vec{e}/\sigma \rangle / k_{\sigma\alpha}^{3/2}} \frac{\sum_{\sigma\alpha} \langle \sigma/\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha/\vec{e}/\sigma \rangle W\left[\frac{\hbar v \Delta\omega_2}{e\sigma_0 F_0 \lambda} \frac{k_{\sigma\alpha}}{|k_{\sigma\alpha}|}\right]}{\sum_{\sigma\alpha} \langle \sigma/\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha/\vec{e}/\sigma \rangle / k_{\sigma\alpha}^{3/2}}$$

$$(79) c(\Delta\omega_c) = L(N, T) \cdot M(n \rightarrow n') \cdot (\Delta\omega_c)^{1/2} \quad \zeta(\mathcal{E}, \Delta\omega_c)$$

$$L(N, T) = \frac{2}{1,496} \frac{(2\pi)^{3/4}}{3\pi(2,6)^{3/2}} (\sigma_0^3 N)^{1/4} \left(\frac{e^2}{\sigma_0 kT}\right)^{1/2}$$

$$= 0,1874 \frac{(\mathcal{E})^{1/2}}{\pi} = \frac{1,32 \cdot 10^{-4} N^{1/4} T^{-1/2}}{(N \text{ en cm}^3 \quad T \text{ en } ^\circ\text{K})}$$

$$M(n \rightarrow n') = \frac{\sum_{\sigma\delta\epsilon\kappa} \langle \alpha/\vec{e}/\delta \rangle \langle \kappa/\vec{e}/\beta \rangle \langle \delta/\vec{e}/\epsilon \rangle \langle \epsilon/\vec{e}/\sigma \rangle}{\sum_{\sigma\alpha} \langle \sigma/\vec{e}/\alpha \rangle \langle \alpha/\vec{e}/\sigma \rangle / K_{\sigma\alpha}^{1/2}}$$

Puisque $W_B \left(\frac{F}{F}\right) \# 1,496 \left(\frac{F}{F}\right)^{-5/2}$ pour
 $F \gg F_0$, le terme $S(\Delta\omega_c)$ tend vers 1 dès que l'on a :

$$\Delta\omega_c \gg k_{\alpha\alpha} \cdot \frac{e\sigma_0 F_0 \lambda}{h \bar{v}} \# 1,5\pi^2 \frac{e\sigma_0 F_0 \lambda}{h \bar{v}}$$

Le comportement de $c(\Delta\omega_c)$ est moins évident. Cependant pour assurer la continuité des expressions (68) et (7), qui définissent le profil spectral dans des régions limitrophes, nous devons nous attendre à avoir également :

$$c(\Delta\omega_c) \# 1 \text{ pour } \Delta\omega_c \# \Delta\omega_{c,L} = \Delta\omega_c \cdot \frac{\lambda}{\bar{v}} = \frac{1}{\mathcal{E}}$$

Ceci pourrait constituer un test pour nos actuels calculs.

En résumé sous réserve de la validité :

a/ de l'hypothèse de dégénérescence totale des sous niveaux Stark qui s'exprime par l'inégalité (33),

b/ de l'approximation qui consiste à négliger l'interaction des électrons avec l'état inférieur d'une transition optique,

le profil élargi est défini par les expressions (53), (68) et (7) valables respectivement dans les trois régions spectrales

$$1) \quad 0 \leq \Delta\omega \ll \bar{\nu}/\lambda$$

$$2) \quad \bar{\nu}/\lambda \leq \Delta\omega \ll \Delta\omega_L$$

$$3) \quad \Delta\omega_L \ll \Delta\omega$$

Par construction, l'expression (68) est le prolongement continu de l'expression (53) dans la région spectrale (2). En toute rigueur pour assurer la continuité des expressions (68) et (7) au voisinage de la valeur $\Delta\omega_L$ de la fréquence, nous devons tenir compte des collisions fortes ($\rho \leq \rho_c$) qui y seraient significatives. Cependant, comme le montrent certains résultats numériques, le décalage entre (68) et (7) est au plus de l'ordre de 10% et nous ne considérons pas ces collisions ici.

Dans diverses formules précédentes, interviennent les coefficients de déplacement Stark $k_{\alpha\alpha}$ et les éléments de matrice du dipôle $\langle a/\vec{z}/a \rangle \langle a/\vec{z}/b \rangle$

En coordonnées paraboliques, il est connu que :

$$(72) \quad k_{\alpha\alpha} = k(n_1, n_2, m \rightarrow n'_1, n'_2, m') = \frac{3}{2} [n(n_1 - n_2) \cdot n'(n'_1 - n'_2)]$$

Les éléments de matrice du dipôle entre états de nombres quantiques principaux différents s'expriment analytiquement par les formules de W. Gordon [17]. Underhill et Waddel [18] en ont donné des tables très complètes. L'influence d'un champ électrique uniforme extérieur sur ces éléments ont été également étudiée par plusieurs auteurs [19], [20], [21]

Les éléments de matrice du dipôle entre états de même nombre quantique principal sont beaucoup plus facile à déterminer. En exprimant $\vec{z}(x, y, z)$ en fonction des coordonnées paraboliques explicitant les fonctions d'onde $|n_1, n_2, m\rangle$, et utilisant des propriétés bien connues des polynômes de Laguerre [22] on trouve :

$$(73) \quad \langle n_1, n_2, m | \frac{z}{a_0} | n'_1, n'_2, m' \rangle = \frac{3}{2} n(n_1 - n_2) \delta_{n_1, n'_1} \delta_{n_2, n'_2} \delta_{m, m'}$$

$$(74) \quad \langle n_1, n_2, m | \frac{z}{a_0} | n'_1, n'_2, m+1 \rangle = \frac{3n}{4} \left[\frac{n_1!}{n_1+m}, \frac{n_2!}{n_2+m} \right]^{1/2} \left[\frac{n'_1!}{n'_1+m+1}, \frac{n'_2!}{n'_2+m+1} \right]^{1/2}$$

$$\text{pour } 0 \leq n_1 - n'_1 \leq 1$$

$$= 0 \text{ autrement.}$$

De ces deux éléments on peut déduire tous les autres par des considérations de symétrie. Griem, Kolb et Shen ont tabulé les éléments $\sum_c \langle b/\vec{z}/c \rangle \langle c/\vec{z}/a \rangle$ pour des nombres quantiques n allant jusqu'à 6. [16]

Avec ces diverses données, en tenant compte des facteurs de pondération adéquats, on trouve :

$$\begin{aligned}
 M(2 \rightarrow 1) &= 10,392 \quad (\text{Lyman } \alpha) \\
 M(3 \rightarrow 1) &= 15,816 \quad (\text{Lyman } \beta) \\
 M(3 \rightarrow 2) &= 26,812 \quad (H_{\alpha}) \dots
 \end{aligned}$$

(voir l'équation (71))

V- QUELQUES RESULTATS NUMERIQUES

A titre d'illustration, l'expression (69) concernant la raie Ly_{α} pour $T = 10^4$ °K et $N = 10^{17}; 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ est représentée graphiquement sur les figures (III) et (IV). En vue de comparaison, les résultats de certains autres auteurs y sont également incorporés. Les courbes en trait plein (3) montrent que, pour des fréquences très inférieures à la fréquence du plasma $\bar{\nu}/\lambda$ les profils spectraux se rapprochent de ceux donnés par la théorie d'impact pure. Ils s'en écartent ensuite en diminuant pour tendre au voisinage de la valeur $\Delta\omega_L$ de la fréquence, vers les profils donnés par la théorie quasi-statique appliquée aussi bien aux ions qu'aux électrons.

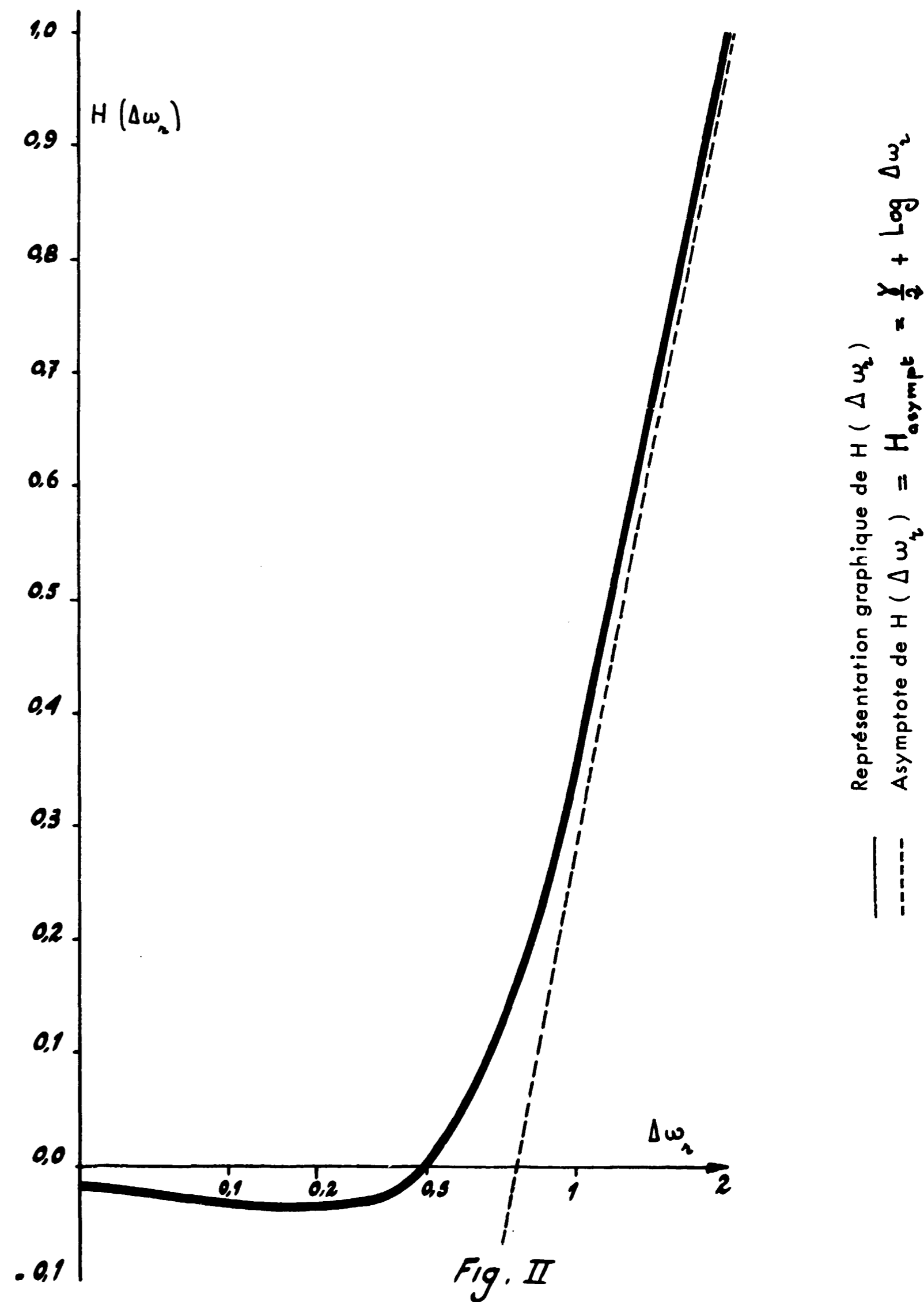
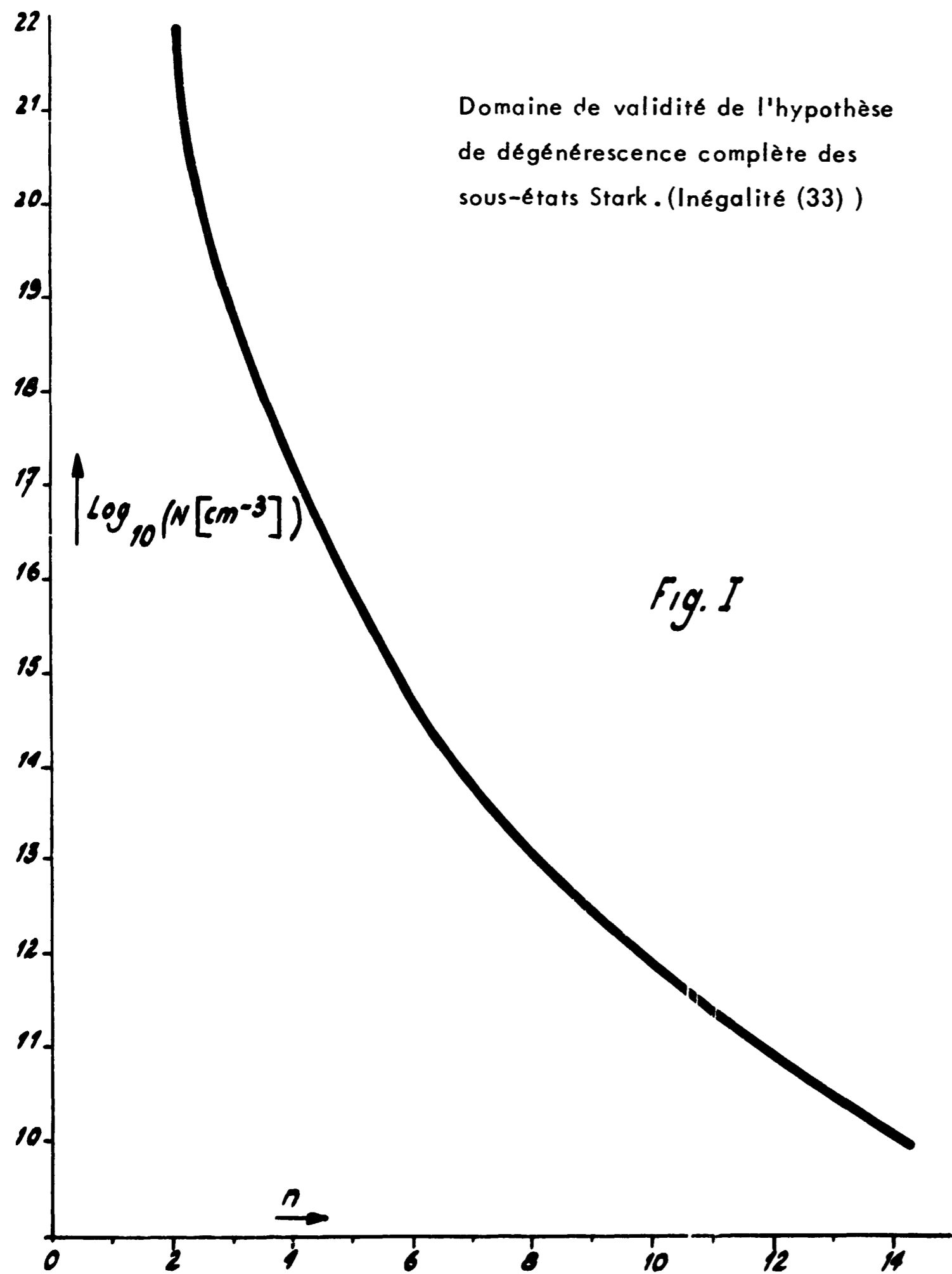
REFERENCES

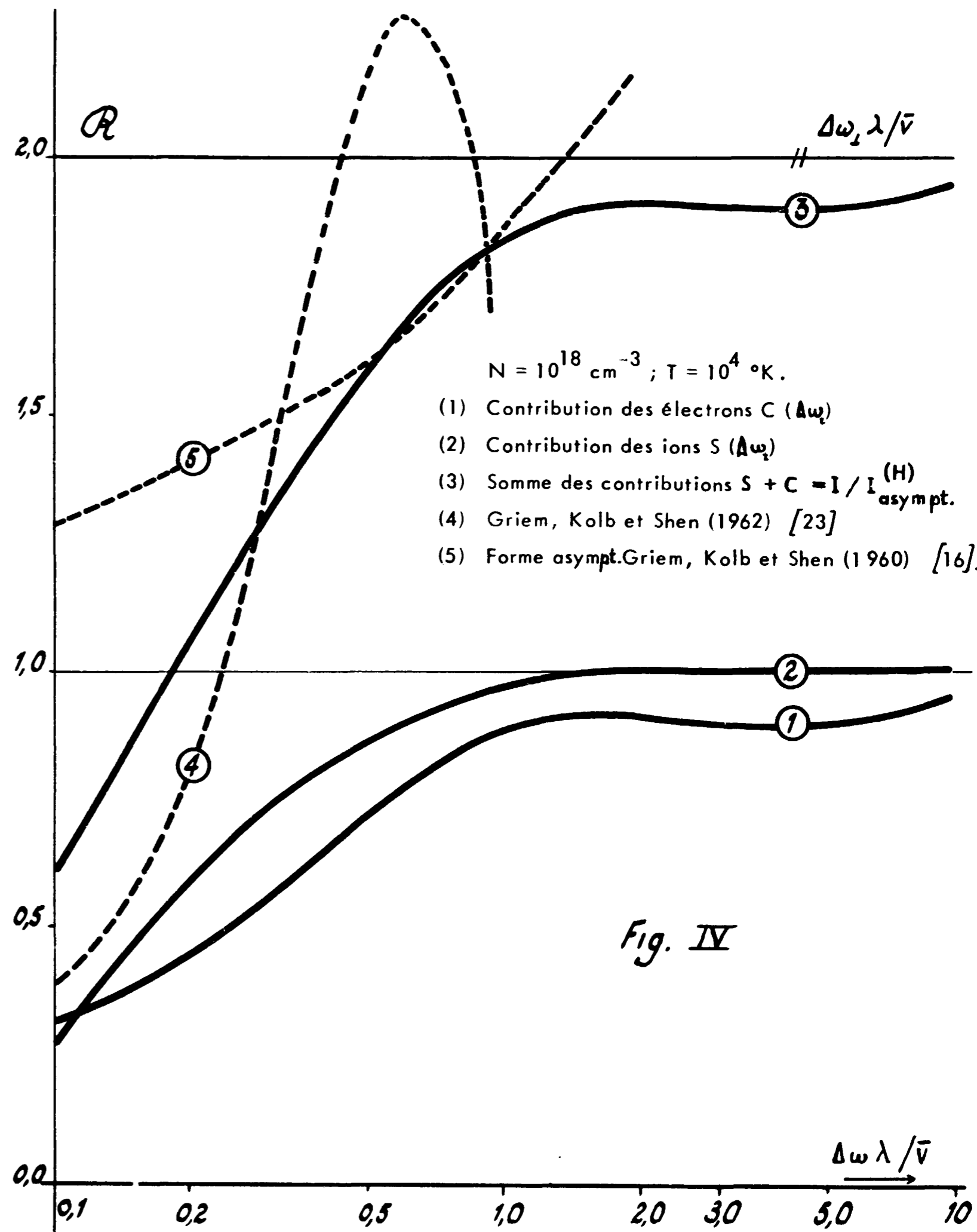
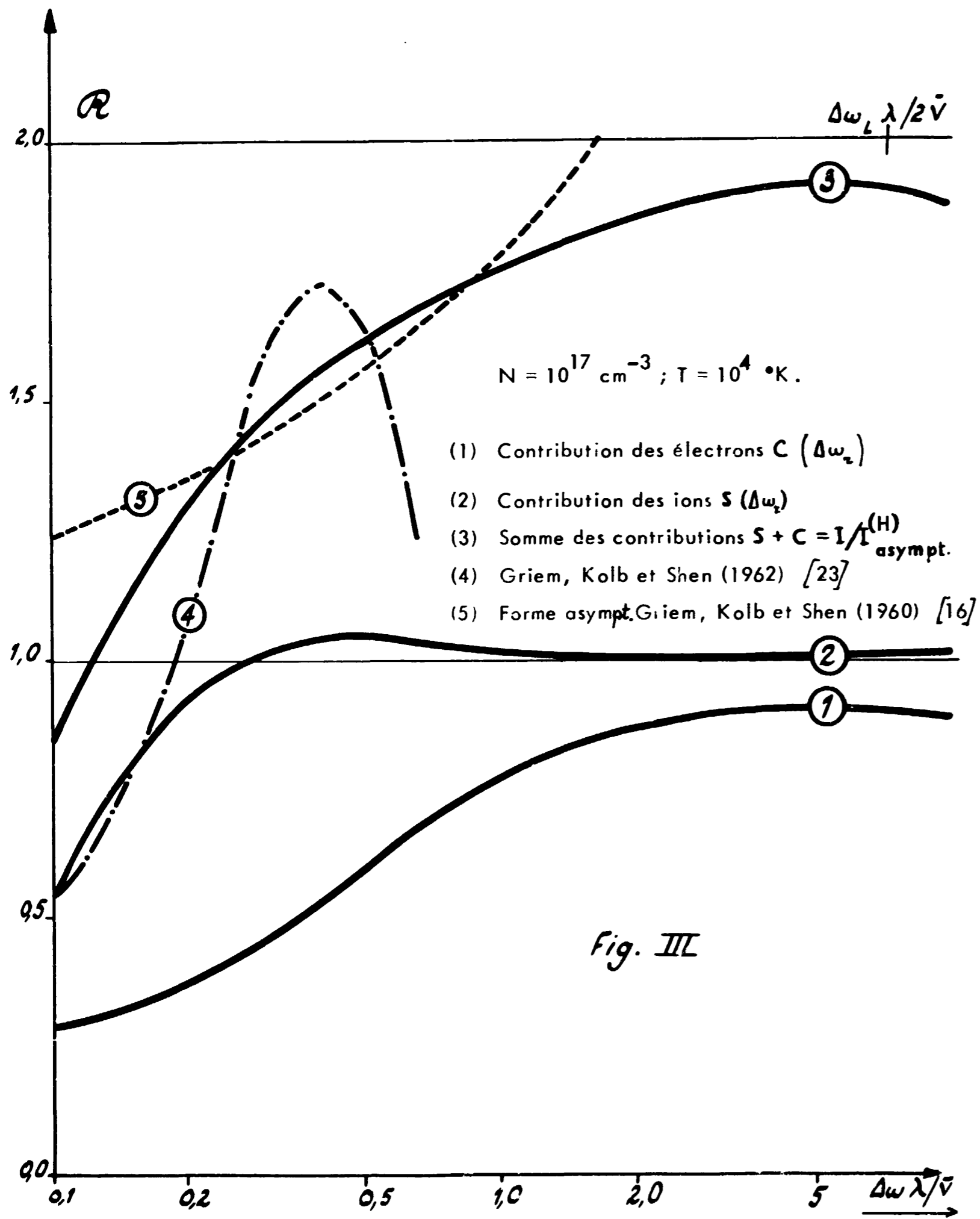
- [1] M. BARANGER, Atomic and Molecular Processes
p. 493 - Acad. Press New York and London (1962)
- [2] H. MARGENAU and M. LEWIS, Revs. Modern Phys.
31 (3), 569 (1959)
- [3] A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosph. p. 307, Springer
Verlag (1955)
- [4] H. GRIEM, Astrophys. J. 136, 422 (1962)
- [5] A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosph. p. 330
Springer-Verlag (1955)
- [6] L. P. KUDRIN et G. V. SHOLIN, Doklady Akad. Nauk SSSR
147, 342 (1962)
- [7] NGUYEN HOE, H. W. DRAWIN, et L. HERMAN
Quant. Spectroscopy Rad. Trans. 4, 847 (1964)
- [8] M. BARANGER et B. MOZER, Phys. Rev. 115, (3), 521 (1959)
- [9] J. HOLTZMARK, Ann. Phys. 58, 577 (1919)
- [10] O. THEIMER et H. HOFFMAN, Astrophys. J. 127, 477,
(1959)
- [11] G. ECKER et K. G. MÜLLER, Z. Physik, 153, 317, (1958)
- [12] M. BARANGER et B. MOZER, Phys. Rev. 118, 626 (1960)
- [13] M. LEWIS, Phys. Rev. 121 (2), 501, (1961)
- [14] C. R. VIDAL, Z. für Naturforsch. 19, 947, (1964)
- [15] H. VAN REGEMORTER - Communication privée.
- [16] H. GRIEM, A. KOLB et K. Y. SHEN, U.S. NRL .Report 5455
Washington, Mars 1960

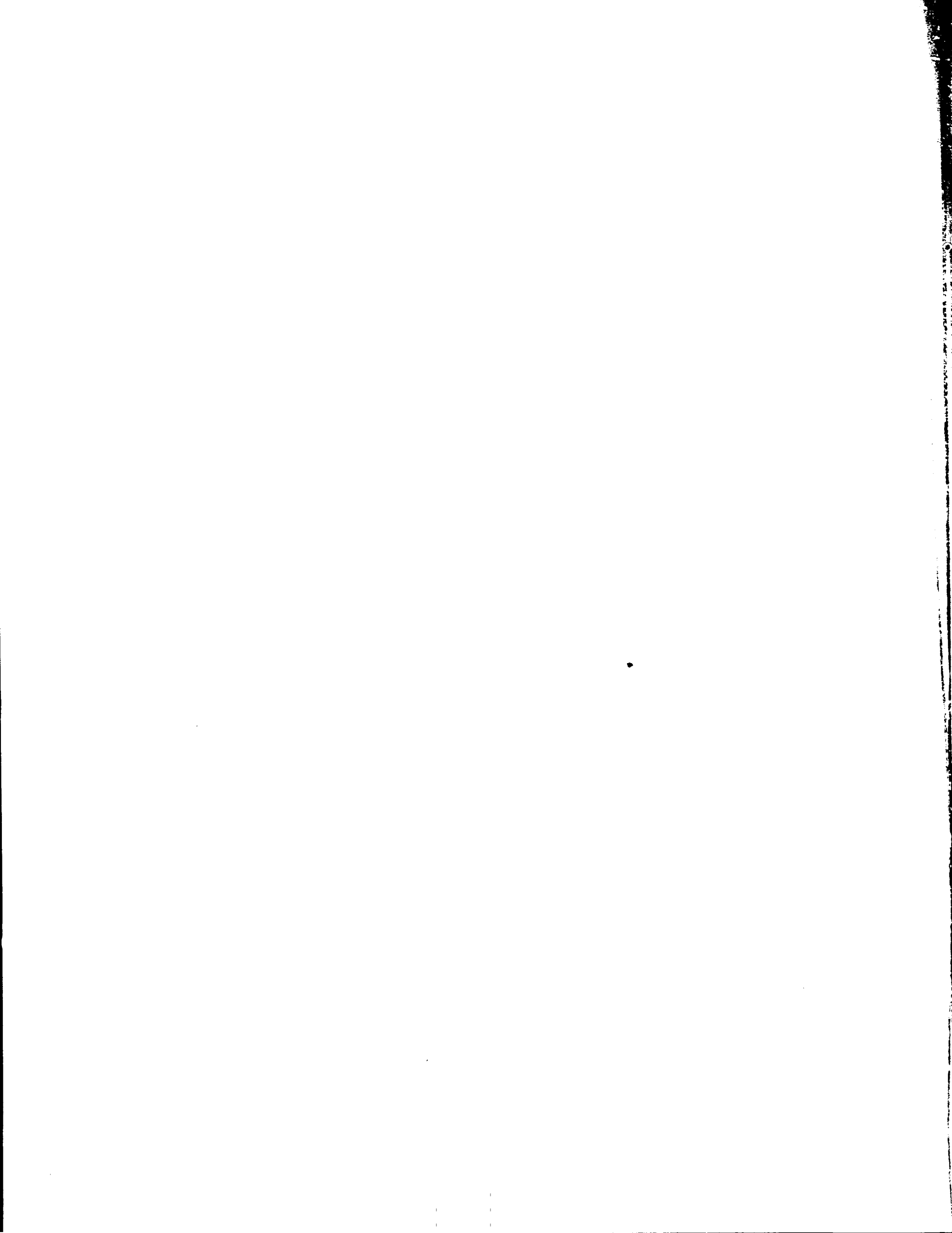
- [17] W. GORDON, Ann. Phys. , 2 , 1031 (1929)
- [18] A. UNDERHILL et J. WADDEL , NBS.-Circular n° 603
Washington D.C. (1959)
- [19] V.T. GUSTAFSON , Z. Physik 106 , 709 (1937)
- [20] C. LANZCOS, Z. Physik 65 , 431 (1930)
- [21] NGUYEN-HOE, E. BARNERJEA, H.W. DRAWIN et
L. HERMAN, Rapport CEA . R.2544 , Saclay, Août (1964)
- [22] P.M. MORSE et H. FESHBACH, Method of Theoretical
Physics p. 784 , McGraw Hill Book Comp. Inc. (1953)
- [23] H. GRIEM, A. KOLB et K.Y. SHEN , U.S. N.R.L.
Report 5805 , Washington (1962)

Manuscrit reçu le 29 octobre 1965

TABLEAU A	
Valeurs de $H(\Delta\omega_z)$ en fonction de $\Delta\omega_z = \Delta\omega \lambda / \bar{\nu}$	
$\Delta\omega_z$	$H(\Delta\omega_z)$
0,01	-3,816 10^{-2}
0,02	-1,249 10^{-2}
0,04	-3,885 10^{-2}
0,06	-7,275 10^{-2}
0,08	-1,110 10^{-2}
0,10	-1,510 10^{-2}
0,20	-3,275 10^{-2}
0,30	-3,859 10^{-2}
0,40	-2,727 10^{-2}
0,50	2,110 10^{-3}
0,60	4,795 10^{-2}
0,70	1,072 10^{-1}
0,80	1,761 10^{-1}
0,90	2,511 10^{-1}
1,00	3,290 10^{-1}
2,00	0,9817
3,00	1,3872
4,00	1,6749
5,00	1,8981
6,00	2,0804
7,00	2,2345
8,00	2,3681
9,00	2,4858
10,00	2,5912







FIN