



MX0500289

*XVI Congreso Anual de la SNM y XXIII Reunión Anual de la SMSR*  
*XVI SNM Annual Meeting and XXIII SMSR Annual Meeting*  
Oaxaca, Oaxaca, México, Julio 10-13, 2005 / Oaxaca, Oaxaca, México, July 10-13, 2005

## Aplicación del Algoritmo MOVE para la Identificación de Modelos de Orden Reducido del Núcleo de un Reactor Tipo BWR

***Miguel Ángel Victoria Ríos, Jaime B. Morales S (asesor)***  
*Universidad Nacional Autónoma de México*  
*Laboratorio de Análisis de Ingeniería de Reactores Nucleares*  
*DEPFI, Campus Morelos, en IMTA Jiutepec Morelos*  
[\*angelvr@gmail.com\*](mailto:angelvr@gmail.com)  
[\*jms0620@yahoo.com\*](mailto:jms0620@yahoo.com)

### ***Resumen***

En el presente trabajo se aplica el algoritmo modificado del elipsoide de volumen óptimo (MOVE) a un modelo de orden reducido de 5 ecuaciones diferenciales del núcleo de un reactor de agua en ebullición (BWR) con el fin de estimar los parámetros que modelen la dinámica. Se analiza la viabilidad de realizar un análisis que calcule los parámetros dinámicos globales que determinan la estabilidad del sistema y la incertidumbre de la estimación. El algoritmo modificado del elipsoide de volumen óptimo (MOVE), es un método aplicado a la identificación paramétrica de sistemas, en particular a la estimación de conjuntos de parámetros (PSE por sus siglas en inglés). Se busca obtener el elipsoide de menor volumen que garantice contener el valor real de los parámetros del modelo. El PSE MOVE es un método recursivo de identificación que puede manejar la señal de ruido y ponderarla, el elipsoide representa una ventaja debido a su fácil manejo matemático en la computadora, los resultados que entrega son muy útiles para el diseño de Control Robusto ya que a menor volumen del elipsoide, mejor es en general el desempeño del sistema a controlar. Se describe la comparación con otros métodos presentados en la literatura para estimar la razón de decaimiento (DR) de un BWR.

### **1. INTRODUCCION**

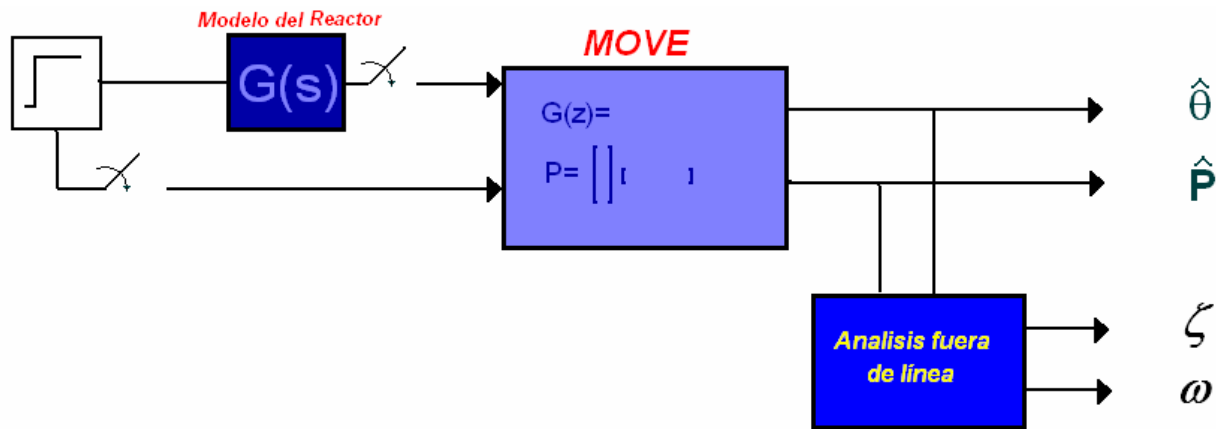
Los núcleos de los reactores de centrales nucleoelectricas tipo BWR bajo condiciones muy particulares pueden presentar oscilaciones de potencia debidas a fenómenos termohidráulicos altamente no lineales, por lo cual, es recomendable contar con sistemas de detección y control de dichas inestabilidades. Un número considerable de métodos para determinar la estabilidad de un BWR en diferentes condiciones de operación se han implementado. Sin embargo, el interés en este trabajo es evaluar un método que permita estimar dinámicamente la incertidumbre de las predicciones en la razón de decaimiento.

En la Figura 1, se describe en forma de diagramas de bloques, la metodología general que será aplicada a un modelo puntual del núcleo de un reactor BWR. Para aplicar el Algoritmo de Identificación Paramétrica MOVE. Es necesario tomar muestras de las señales de entrada y de

salida de la planta, estas señales son procesadas de manera recursiva por el MOVE para generar los siguientes resultados:

- Las mejores estimaciones de los parámetros que describan a la planta bajo estudio, representadas por el vector de parámetros (estimador)  $\hat{q}$
- Una medida de la incertidumbre en los parámetros calculados, representada por la matriz  $\hat{P}$ , la cual es una matriz de covariancia de el ruido en la señal de salida

Una vez que se concluye el proceso de identificación, se plantea la posibilidad de realizar un análisis fuera de línea, en el cual se calculen los parámetros de estabilidad global de la planta, los cuales son: factor de amortiguamiento  $\zeta$  y frecuencia amortiguada  $\omega$ .



**Figura 1. Propuesta de un método de identificación no lineal recursivo al modelo del núcleo del un reactor**

## 2. MODELOS DE ORDEN REDUCIDO

Una manera de analizar la dinámica de los procesos físicos que ocurren en el núcleo de un reactor que está constituido por canales que impiden el flujo lateral del refrigerante una vez que se encuentra pasando por las barras de combustible, es mediante la división de este en secciones transversales las cuales a su vez se dividen en nodos axiales y nodos radiales, formando estos un arreglo nodal que se conoce como malla. Un modelo detallado puede ser obtenido integrando las ecuaciones diferenciales acopladas con termohidráulica que representan la dinámica del reactor, sobre un número finito de nodos [1]. Otaduy implementó un modelo detallado del núcleo de un BWR integrando estas ecuaciones en el código LAPUR. Para que este modelo tenga una buena aproximación numérica es necesario hacer el cálculo usando de 24 a 100 nodos axiales y de 3 a 10 nodos radiales, es por eso que a pesar de obtener excelentes resultados numéricos, resulta difícil obtener una buena interpretación de los fenómenos físicos en el interior del núcleo asociados a los resultados. En este sentido, March-Leuba [1] buscó obtener un modelo de orden reducido de fácil interpretación física, que representara con buena fidelidad la dinámica de un BWR. En orden de obtener este modelo, sintetizó una serie de “super nodos” para una sola malla a partir de los resultados del cálculo nodal de malla fina. Esto lo llevó a obtener un modelo lineal en forma de función de transferencia, el cual representaba con fidelidad la dinámica del núcleo

para las condiciones establecidas en el arreglo nodal. Por otro lado la mayor aportación de March-Leuba fue asociar los procesos físicos al interior del núcleo con los ceros y polos del modelo lineal, esto lo condujo a describir un conjunto de 5 ecuaciones diferenciales no lineales capaces de englobar la dinámica del reactor.

El modelo de orden reducido de 5 ecuaciones no lineales propuesto por Morales (et al) [2] toma como base el trabajo de March-Leuba y lo mejora para representar fenómenos conocidos en la dinámica del reactor sin aumentar la complejidad de la descripción. Este permite reproducir la dinámica del núcleo de un reactor tipo BWR en una gama mas amplia de condiciones de operación y transitorios introduciendo parámetros a determinar. Estas ecuaciones, al ser linealizadas con variables de estado, ofrecen resultados muy aceptables para simular la dinámica el núcleo del reactor de la misma manera que lo haría un modelo no lineal para variaciones razonablemente pequeñas de la reactividad externa (alrededor de 0.45\$). Por otro lado Hernández implementó el modelo no lineal de 5 ecuaciones en SIMULINK [3] y demostró que la representación de este modelo es muy manejable cuando se quiere representar las oscilaciones en fase producidas por los cambios en la fracción de vacíos al interior del núcleo, y las cuales quedan perfectamente determinadas a través de los parámetros  $\mathbf{w}_n$  y  $\mathbf{z}$  que son la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento, respectivamente. Otra aportación fue que demostró que es factible mediante la identificación, estimar los parámetros del modelo no lineal que determinan la estabilidad del núcleo. Este hecho tiene gran relevancia para este trabajo ya que se usa el modelo propuesto por Morales implementado en simulink por Hernández para identificar un modelo no lineal que represente adecuadamente la dinámica del reactor.

## 2.1 Modelo de Orden Reducido

A continuación se describen las 5 ecuaciones que conforman el Modelo no lineal de orden reducido propuesto por Morales y que se encuentra programado en Simulink.

$$\frac{dn}{dt} = \mathbf{I}_n [(r-1)n + c] \quad (1)$$

$$\frac{dc}{dt} = \mathbf{I} [n - c] \quad (2)$$

$$\frac{dT_f}{dt} = a_n n - \mathbf{I}_f T_f \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{a}}{dt^2} + 2\mathbf{z}\mathbf{w}_n \frac{d\mathbf{a}}{dt} + \mathbf{w}_n^2 (\mathbf{a} - \mathbf{a}_0) = b_f (T_f - T_{f0}) + b_n (n - n_0) + b_{gr} \overset{o}{T}_f \quad (4)$$

$$r = r_{ext} + \mathbf{a}_D (T_f - T_{f0}) + \mathbf{a}_V (\mathbf{a} - \mathbf{a}_0) \quad (5)$$

donde:

- $n$  = Potencia normalizada
- $c$  = Grupo de neutrones retardados normalizado
- $n_0$  = Potencia normalizada en condición de estado estable
- $T_f$  = Temperatura del combustible
- $T_{f0}$  = Temperatura del combustible en condición de estado estacionario
- $\alpha$  = Fracción de vacíos
- $\alpha_0$  = Fracción de vacíos en condición de estado estacionario.
- $r$  = reactividad total de realimentación
- $r_{ext}$  = Cambios en la reactividad externa debidos a cambios en el movimiento de las barras de control
- $\alpha_D$  = Coeficiente de reactividad Doppler
- $\alpha_n$  = Coeficiente de reactividad por fracción de vacíos
- $\lambda_N$  = Parámetro correspondiente a la función de potencia normalizada
- $\lambda$  = Parámetro correspondiente al grupo de neutrones retardados normalizado
- $\lambda_f$  = Parámetro correspondiente a la temperatura en la ecuación (3)
- $\alpha_n$  = Parámetro correspondiente a la potencia normalizada en la ecuación (3)
- $\zeta$  = Factor de amortiguamiento relativo
- $w_n$  = Frecuencia natural no amortiguada
- $b_f$  = Parámetro correspondiente a la conducción de calor del combustible a la pared del revestimiento de combustible
- $b_{gr}$  = Parámetro que corresponde a la derivada de la temperatura en la superficie del combustible.

### 3. MODELADO MATEMÁTICO E IDENTIFICACION DE SISTEMAS

Cuando se desea conocer el comportamiento de sistemas dinámicos bajo diferentes condiciones y entradas específicas; esto es, para propósitos de predicción, control, medición, simulación etc., resulta muy útil el uso de modelos matemáticos. Aunque se puede recurrir directamente a la experimentación sobre dichos sistemas, aplicando diferentes señales de entrada y verificando sus correspondientes salidas, existen sistemas dinámicos, que por su naturaleza son inaccesibles, o bien, restringidos a la experimentación directa, tal es el caso de los BWR por lo cual queda ampliamente justificado el uso de este recurso.

Básicamente existen dos maneras de obtener el modelo de un sistema físico:

- A) Modelado teórico: Este tipo de modelado, se aplica a procesos sencillos, y en aplicaciones en las que se requiere poca exactitud; Es decir en sistemas de los cuales se cuenta con un conocimiento profundo de los factores físicos que intervienen en el sistema, así como las leyes teóricas y físicas que los rigen. Se puede decir que el modelado matemático es un método analítico desarrollado a partir del conocimiento a priori que se tiene del sistema.

- B) **Identificación del modelo:** Este método resulta útil cuando los procesos o fenómenos modelados requieren de un alto nivel de exactitud, o bien, cuando no se conocen muchas variables físicas que describen su comportamiento. La metodología consiste en obtener el modelo matemático del sistema a partir de los datos reales obtenidos de la planta bajo estudio

Existen diferentes técnicas para obtener modelos de sistemas no lineales, las mas conocidas son:

**Modelos de Caja Blanca (Whitebox):** Las no linealidades y características del sistema son conocidas con profundidad y el modelo se puede construir a partir del conocimiento teórico previo.

**Modelos de Caja Gris (Greybox):** Se tiene poco conocimiento teórico de las características del sistema y no linealidades aunque muchos parámetros se deben obtener de un análisis experimental

**Modelos de Caja Negra (Blackbox):** En este caso no se tiene conocimiento previo de las no linealidades.

### **3.1 Metodología Básica de la Identificación Paramétrica de Sistemas**

En términos generales el proceso de identificación comprende los siguientes pasos:

*1.- Obtención de Datos de entrada y salida.* Para ello es necesario excitar al sistema mediante la aplicación de una señal de entrada, y registrar la evolución de las entradas y salidas durante un intervalo de tiempo.

*2.- Elección de la estructura del modelo.* Cuando se desea obtener modelos paramétricos, es necesario determinar la estructura para dicho modelo. Este punto se facilita en gran medida si se tiene un buen conocimiento de las leyes físicas que rigen la dinámica del sistema.

*3.- Obtención de los parámetros del modelo.* A continuación se procede a la estimación de los parámetros de la estructura que mejor se ajusten a la respuesta del modelo a los datos de entrada y salida obtenidos experimentalmente.

*4.- Validación del modelo.* El último paso consiste en determinar si el modelo obtenido, satisface el grado de exactitud requerido para la aplicación en cuestión

### **3.2 Estimación de Conjuntos de Parámetros**

Es un método usado para identificación paramétrica de modelos, desarrollado tanto para sistemas lineales, como para no lineales. La estimación de conjuntos de parámetros busca identificar modelos de sistemas, entregando como resultado un conjunto de estimaciones posibles de un conjunto de parámetros, dentro de las cuales se encuentra el valor verdadero de estos. La

estimación de conjuntos de parámetros se clasifica de acuerdo a la estructura de la ecuación diferencial que describe el sistema [4].

- Cuando se conoce información *a priori* de la ecuación que lo describe
- Cuando se tiene poca información *a priori*

En el caso de no contar con suficiente información previa, el proceso es tratado como un modelo de Caja negra y la aproximación consiste en expandir la relación de entrada-salida usando una representación conveniente del modelo [4], que se elige para ser no lineal tanto en la entrada como en la salida, pero lineal en sus parámetros (LP por sus siglas en inglés).

La estimación de conjuntos de parámetros PSE entrega un conjunto de valores para un parámetro o un vector de parámetros dentro de los cuales se encuentran los valores reales de los parámetros. El problema del PSE consiste en encontrar a este conjunto de parámetros en forma explícita, en el espacio de parámetros. En general se trata un conjunto irregular convexo ( $\mathcal{S}$ ), razón por la cual, es deseable encontrar un conjunto convexo más manipulable con el propósito de sobreestimar  $\mathcal{S}$  para fines de análisis de sistemas y control. Los elipsoides son comúnmente usados para estimar el conjunto de parámetros  $\mathcal{S}$  debido a su simplicidad en la representación matemática y a su fácil manejo computacional. Es por tanto deseable, encontrar el elipsoide más pequeño que pueda contener a dicho conjunto  $\mathcal{S}$ . En la cual el hipervolumen de este elipsoide nos dará una medida de que tan “pequeño” es.

### 3.2.1 Algoritmo del elipsoide de volumen óptimo extendido a la identificación paramétrica

Los trabajos de Cheung (et al.) [4] extendieron el algoritmo del elipsoide de Kachian a la estimación de conjuntos de parámetros para encontrar el elipsoide de mínimo volumen que asegurara encontrar los parámetros de un sistema SISO ARX. A este método se le llamó OVE por sus siglas en inglés Optimal Volume Ellipsoid. Posteriormente Gassman y Yurkovich [5] modificaron este algoritmo (MOVE) proponiendo un ruido ponderado con cota superior e inferior.

Una ventaja del PSE es que los resultados que entrega son muy útiles para el diseño de Control Robusto. En aplicaciones de este tipo existe una relación entre el PSE y el desempeño del sistema a controlar, la cual consiste en que: a menor tamaño del juego de parámetros mejor será el desempeño del sistema, en consecuencia, se buscará obtener el elipsoide de menor volumen que garantice contener el valor real del parámetro (o de los parámetros) de aquellos posibles contenidos en este. A diferencia de los métodos clásicos de identificación el PSE puede manejar la señal de ruido y ponderarla, de manera que se puede decir hasta donde es posible variar los parámetros en las dimensiones del elipsoide encontrado.

### 3.2.2 Desarrollo del algoritmo MOVE [5]

Considere un sistema SISO ARX de la forma

$$y_k = \mathbf{q}_k^T \mathbf{f}_k + \mathbf{u}_k \quad (6)$$

En donde:

- $\mathbf{q}^t$  Es el vector de parámetros a estimar:  $\mathbf{q}_k = [a_0 \dots a_n b_0 \dots b_m]$
- $\mathbf{f}_k$  Es el vector de regresión que contiene las entradas anteriores y las salidas
- $n$  Es el número de polos en el sistema
- $m$  Es el número de ceros en el sistema
- $\mathbf{u}_k$  Es el ruido ponderado del sistema como:  $\mathbf{g}_k \leq v \leq \bar{\mathbf{g}}_k$

Esta ponderación del ruido es precisamente la que se usa para encontrar un conjunto de parámetros posibles, que sean consistentes con los datos experimentales, además si la planta es descrita a través de (1), se garantiza que sus parámetros estarán en el conjunto mas factible

Sea  $\mathfrak{S}$  el conjunto de parámetros posibles que describen al sistema, y que además son consistentes con las mediciones de la planta.

Podemos definir a  $\mathfrak{S} \in \mathfrak{R}^{n+m+1}$  como un conjunto tal que todo  $\mathbf{q} \in \mathfrak{S}$  son estimaciones de los parámetros de la planta, los cuales coinciden con las mediciones de la misma. Esto es:

$$\mathfrak{S} = \left\{ \mathbf{q} : \mathbf{g} \leq |y_k - \mathbf{q}^T \mathbf{f}_k| \leq \bar{\mathbf{g}}, k = 0 \dots N \right\} \quad (7)$$

Se trata de la región entre 2 hiperplanos paralelos separados  $2\mathbf{b}$ , que además es un conjunto irregular convexo, el cual por simplicidad matemática y para mejorar el manejo computacional, se puede ponderar como un elipsoide, cuyo volumen contenga al conjunto F. De esta manera definimos a la elipsoide E cuya estimación en el instante k +1 es

$$E_{k+1} = \left\{ \mathbf{q} : (\mathbf{q} - \mathbf{q}_{k-1})^T P_{k-1}^{-1} (\mathbf{q} - \mathbf{q}_{k-1}) \leq 1 : \mathbf{q} \in \mathfrak{R}^r \right\} \quad (8)$$

$\mathbf{q}_{k-1} \in \mathfrak{R}^r$  es el centro del elipsoide y

$$P_{k-1} = J J^T : P_{k-1} \in \mathfrak{R}^{rxr} \quad (9)$$

Es una matriz de dimensión r ; que en realidad se trata de una matriz de covariancia de la señal de salida y  $J \in \mathfrak{R}^r$  es el vector de incertidumbre de los parámetros.

El método propuesto por Gassman y Yurkovich se puede entonces sintetizar en los siguientes pasos:

**Paso 1:** Inicializar  $P_0$  y  $\mathbf{q}_0$ . En el tiempo  $k = 0$ ,  $\mathbf{q}_0$  se escoge lo suficientemente “grande” tal que contenga al vector de los parámetros verdaderos

**Paso 2:** Calcular:

$$\mathbf{a}_k = \max\left(\frac{y_k - \mathbf{q}_{k-1}^T \mathbf{f}_k - \bar{\mathbf{g}}_k}{(\mathbf{f}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{f}_k)^{1/2}}, -1\right); \text{ límite inferior} \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_k = \min\left(\frac{y_k - \mathbf{q}_{k-1}^T \mathbf{f}_k - \bar{\mathbf{g}}_k}{(\mathbf{f}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{f}_k)^{1/2}}, 1\right); \text{ límite superior} \quad (11)$$

Si  $\mathbf{a}_k \geq 1$  o  $\bar{\mathbf{a}}_k \leq -1$ , entonces los datos observados son inconsistentes con  $E_{k-1}$  y el algoritmo se detiene.

**Paso 3:** Calcular

$$\epsilon_k = \mathbf{a} \bar{\mathbf{a}} \quad (12)$$

Si  $\epsilon_k \leq -1/r$ , entonces no es necesario actualizar los vectores

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{q}_{k-1} \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} \quad (14)$$

Y el Algoritmo regresa al paso 2

**Paso 4:** Inicialice

$$\mathbf{m}_k = \frac{\mathbf{a}_k + \bar{\mathbf{a}}_k}{2} \quad (15)$$

**Paso 5:** Si  $|\mathbf{m}_k| > r$ , entonces calcule

$$b_k = 2r\mathbf{m}_k + \frac{1+\epsilon_k}{\mathbf{m}_k} \quad (16)$$

$$\mathbf{t}_k = \frac{b_k - \text{sign}(\mathbf{m}_k) \sqrt{b_k^2 - 4(r+1)(1+r\epsilon_k)}}{2(r+1)} \quad (17)$$

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{t}_k \left( \mathbf{t}_k - \frac{1+\epsilon_k}{\mathbf{m}_k} \right) + 1 \quad (18)$$

**Paso 6**

Si  $|\mathbf{m}_k| < r$ , entonces calcule

$$\mathbf{a} = \max(|\mathbf{a}_k|, |\bar{\mathbf{a}}_k|) \quad (19)$$

$$\mathbf{s}_k = r\mathbf{a}^2 \quad (20)$$



$$\mathbf{d}_k = \frac{r(1-\mathbf{a}^2)}{r-1} \quad (21)$$

**Paso 7**

Actualice los vectores estimados

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{q}_{k-1} + \frac{\mathbf{t}_k P_{k-1} \mathbf{f}_k}{(\mathbf{f}_k^T P_{k-1} \mathbf{f}_k)^{1/2}} \quad (22)$$

$$P_k = \mathbf{d}_k P_{k-1} + (\mathbf{s}_k - \mathbf{d}_k) \frac{P_{k-1} \mathbf{f}_k \mathbf{f}_k^T P_{k-1}}{\mathbf{f}_k^T P_{k-1} \mathbf{f}_k} \quad (23)$$

**Paso 8:** El procedimiento se hace tantas veces como muestras se tengan; es decir se repite N veces

**3.2.3 Parametrización tensorial para sistemas no lineales [5]**

Para poder usar el algoritmo MOVE en sistemas no lineales, es necesario expresar a dicho sistema en un formato adecuado para tal fin. Una representación cuyas entradas y salidas no sean lineales pero que sea lineal en sus parámetros, es adecuada para poder aplicar el algoritmo MOVE. En este sentido Hurtig (et al.) extendió el algoritmo de identificación paramétrica MOVE a sistemas no lineales, esto mediante la parametrización tensorial de sistemas no lineales. A continuación se presentan los resultados más importantes de la parametrización tensorial aplicada a la estimación de conjuntos de parámetros.

Considerando un sistema dinámico no lineal representado por la ecuación diferencial dada por:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (24)$$

Aplicando la formula de expansión de Taylor en el lado derecho de (24)

$$\begin{aligned} \dot{x} = f(\bar{x}, \bar{u}) &+ \frac{\partial f}{\partial x} x + \frac{\partial f}{\partial u} u + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} x^2 + \frac{\partial f}{\partial x \partial u} x u + \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} u^2 + \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} x^3 + \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial u} x^2 u + \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial u^2} x u^2 \\ &+ \frac{\partial^3 f}{\partial u^3} u^3 + \dots \end{aligned} \quad (25)$$

Dada la dificultad para escribir términos de orden superior, que es evidente en la ecuación (25), el uso del álgebra tensorial es una solución para expresar dichos términos, es posible interpretar a los términos diferenciales, como mapeos multilineales los cuales llevan a mapeos tensoriales universales por medio de las propiedades del producto tensorial simétrico, usando inyecciones, isomorfismos y el producto tensorial universal [5]. De esta manera al resultado más importante de la parametrización tensorial consiste en expresar al sistema por medio de parámetros lineales.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} L_{10} & L_{01} & L_{20} & L_{11} & L_{02} & L_{30} \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \\ x \vee x \\ x \vee u \\ u \vee u \\ x \vee x \vee x \\ \dots \end{bmatrix} \quad (26)$$

Con lo cual se propone un modelo matricial de la siguiente manera:

$$\dot{x} = L_p X_s + v \quad (27)$$

Una vez que se ha muestreado y truncado, si se toma cada muestra de manera individual, siendo  $k$  el índice que representa cada tiempo de muestreo y además si se asume un error pequeño debido al truncamiento, la ecuación (27) se puede describir como

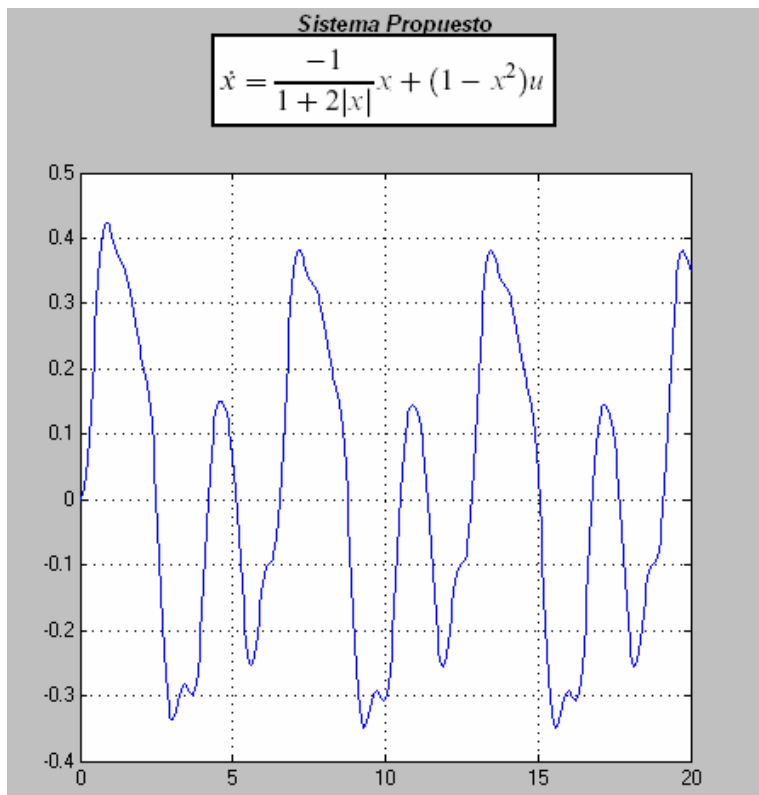
$$\dot{X}(k) = L_p X_s(k) + v(k) \quad (28)$$

En donde  $v(k)$  representa el error de truncamiento en el modelado. El orden del modelo se escoge a partir del truncamiento de las series infinitas mencionadas en párrafos anteriores. Algunos parámetros como periodo de muestreo, orden del modelo, tiempo total del experimento, paso de integración, y la elección de la entrada, resultan de importancia crítica en la construcción de la ecuación (28). De esta manera es posible pasar a la etapa de identificación, ya que el sistema no lineal queda en un formato similar a una estructura ARX; Es decir el problema de la identificación de los parámetros que contiene la matriz  $L_p$  consiste en aplicar el algoritmo MOVE a la ecuación (28).

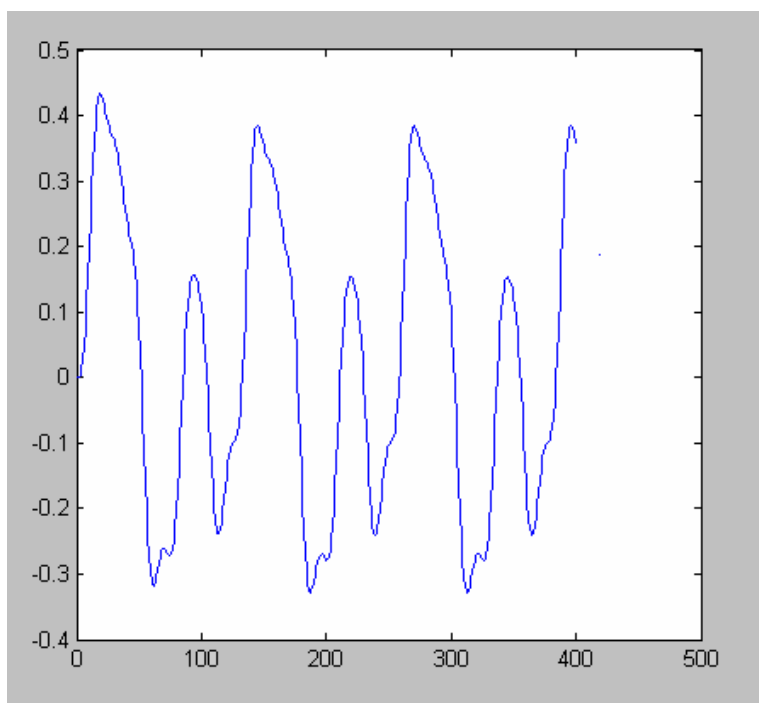
## 4. IMPLEMENTACIÓN DEL PSE MOVE AL MODELO DEL REACTOR

### 4.1 Algoritmo de identificación Implementado en Matlab y Simulink

El algoritmo MOVE ha sido programado en Matlab, y su implementación se ha verificado con los modelos que presenta Hurtig [5]. El modelo Propuesto se muestra en la Figura 2, mientras que los resultados de aplicar el algoritmo MOVE se presentan mediante la Figura 4



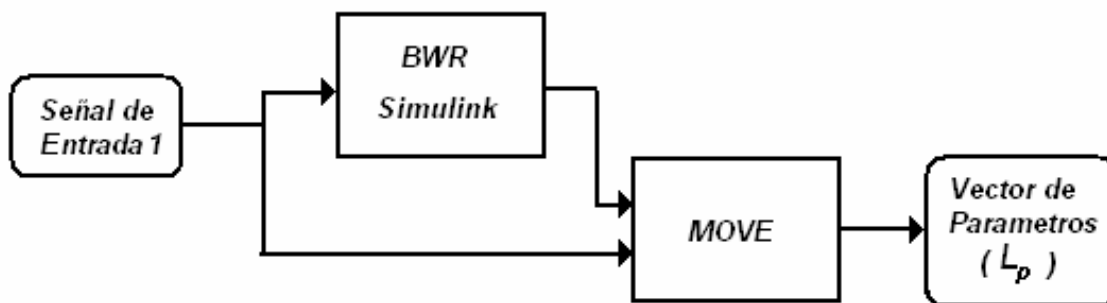
**Figura 2. Modelo propuesto por Hurtig para la identificación de un sistema no lineal**



**Figura 3. Modelo Identificado a partir de la implementación del MOVE en Matlab**

En este momento se está implementando una versión para el modelo del reactor. En la figura 4 se plantea el algoritmo de identificación aplicado al modelo puntual del núcleo de un reactor BWR, el cual ha sido previamente programado en Simulink, y cuya salida es la potencia normalizada del reactor. En el primer paso de identificación, se ejecuta el modelo durante 20 segundos, se elige una entrada adecuada para excitar al sistema y un tiempo de muestreo de 0.05 [s], con los datos de salida de la planta y los datos de la señal de entrada se pueden conformar los vectores de regresión, es decir los vectores de la parametrización tensorial, mismos que ingresan al algoritmo MOVE. Ambos, parametrización tensorial y algoritmo MOVE han sido programados en Matlab, el programa entrega como resultados la matriz de covarianza y el vector de parámetros  $L_p$ . La segunda etapa consiste en la validación de resultados, para ello se construye un modelo como el planteado en la ecuación (28) con el cual se genera una señal de salida estimada, para ello, el vector de entrada  $X_s$  se conforma con una señal de entrada diferente a la señal con la cual se identificó, y el vector de parámetros  $L_p$  es el obtenido en la etapa anterior. Esta señal estimada se compara con la señal real obtenida de la planta mediante un gráfico de Potencia vs. Tiempo.

### Paso 1: Estimación de Parámetros



### Paso 2: Validación

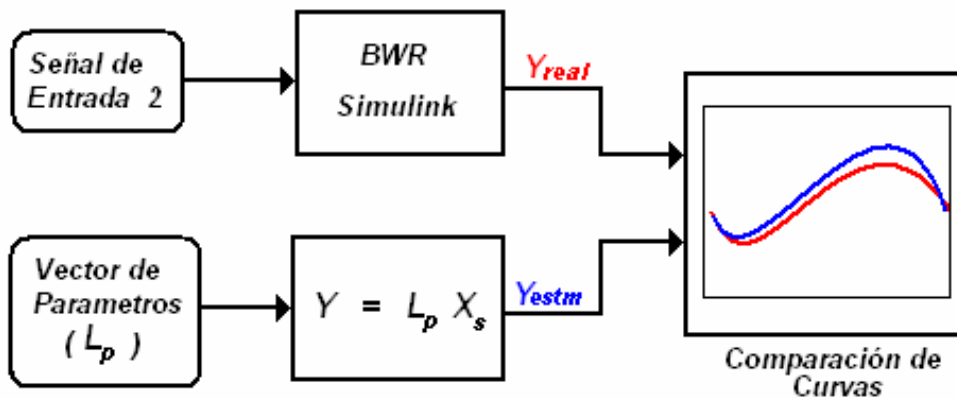


Figura 4. Propuesta de implementación para el algoritmo MOVE al núcleo del reactor

#### 4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se plantea el algoritmo modificado del elipsoide de volumen óptimo (MOVE), aplicado a un modelo de orden reducido de 5 ecuaciones diferenciales del núcleo de un reactor de agua en ebullición (BWR). En la primera fase, se plantea el modelo de planta, el cual será útil para realizar mediciones de las señales de entrada y salida. Posteriormente se plantea la estructura del modelo a identificar, por medio de la parametrización tensorial del modelo de planta. Una vez obtenido la estructura del modelo identificador, se aplica el algoritmo MOVE para estimar los parámetros de dicha estructura, que mejor ajusten a la salida del modelo de planta y con estos parámetros es posible ingresar a una última etapa de validación del modelo obtenido.

Las pruebas realizadas con los modelos planteados por Hurtig, demostraron la efectividad del algoritmo para identificar modelos altamente no lineales, sin embargo cabe mencionar que al aplicar el algoritmo, este resultó altamente sensible al ruido

La principal contribución de este trabajo es la metodología propuesta que permite actualizar un indicador de la confianza en los estimados de la razón de decaimiento del sistema. Una de las utilidades de este método, consiste en la implementación de un sistema de control robusto para detectar en tiempo real, las inestabilidades en el núcleo de un reactor

El presente trabajo se encuentra en su fase terminal de desarrollo; y la versión del algoritmo para el núcleo del reactor esta por terminarse. Por ahora solo se pueden presentar resultados parciales y solo se propone la estructura del modelo, así como algunas pruebas.

#### REFERENCIAS

1. MARCH-LEUBA J, "A Reduced Order Model of Boiling Water Reactor Linear Dynamics", *Nuclear Technology*, **Vol. 75**, p. 34-89 (1985).
2. MORALES J, HERNANDEZ A, "Global Physical and Numerical Stability of a Nuclear Reactor Core", aceptado para su publicación en *Annals of Nuclear Energy*,
3. HERNANDEZ S. A. "Identificación de modelos de orden reducido del núcleo de un reactor de tipo BWR", El Autor, Distrito Federal, México (2004).
4. CHEUNG M., YURKOVICH-F, PASSINO K, "An optimal Volume Ellipsoid Algorithm for Parameter Set Estimation", *IEEE Transactions on Automatic Control*, **Vol. 38**, p.1292-1296 (1993)
5. HURTIG J , YURKOVICH S, "Parameter Set Estimation for non Linear Systems" *International Journal of Control*, **Vol. 75**, p. 111-122 (2002)