



MX0500346

## Charpy V , Una Aplicación en MATLAB

Castillo Méndez José Alejandro, Torres Valderrama Martín

Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares

Km 36.5 Carretera México-Toluca, Ocoyoacac 52045, Estado de México, México

### Resumen

Se muestran los resultados obtenidos con el sistema CharpyV\_V1 diseñado en MATLAB para la estimación de parámetros de tres modelos matemáticos. El ajuste de datos se emplea para determinar la energía de fractura, la expansión lateral y el porcentaje de ductilidad de aceros provenientes de las vasijas de los reactores de Laguna Verde, Veracruz. Los datos provienen de probetas tipo Charpy V de material irradiado y no irradiado. Para verificar nuestros resultados se compararon con los obtenidos por General Electric de datos provenientes de la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde.

### Introducción

La vasija de los reactores nucleares comerciales, está sujeta al fenómeno de fragilización debido a la exposición de neutrones de alta energía. Para un futuro análisis del comportamiento de los materiales de que están hechas tales vasijas, se alojan, entre la envolvente del núcleo y la vasija, a la altura del beltline, muestras del mismo material base, de la soldadura y del área de haz<sup>1</sup>, para determinar: la **energía de fractura**, la **expansión lateral** y el **porcentaje de ductilidad** de tales materiales. Lo anterior con la idea de verificar la integridad de los materiales con que está construida la vasija y con ello seguir operando en forma normal.

En este trabajo mostraremos los resultados obtenidos al estimar los parámetros de los modelos matemáticos que hemos empleado para ajustar los datos experimentales, que de aquí en adelante llamaremos "datos Charpy V", de la vasija del reactor nuclear de Laguna Verde, Veracruz, así como algunos otros datos que son de interés y que se obtienen de los mismos modelos; además de la comparación de los materiales irradiados y no irradiados. El ajuste lo hemos hecho empleando el programa MATLAB.

### Datos experimentales

Con ánimo de comprender de qué tipo de datos experimentales vamos a tratar, brevemente mencionaremos que los datos Charpy V son obtenidos con diferentes equipos. Los datos para determinar la energía de fractura se obtienen con un Péndulo de Impacto Charpy V SCHENCK TREBEL de 300 joules de capacidad. Para obtener los datos para la expansión lateral y el porcentaje de corte, se emplea un Proyector de Perfiles Opacos Nikon 6C-2. Una vez que se han calibrado los equipos experimentales, las probetas, como la que aparece en la Figura 1, son colocadas en el equipo (Figura 2). Una vez que la cuña, montada en el péndulo, ha golpeado la probeta, se anota el valor obtenido, el cual corresponde a la energía de fractura. Esta operación es repetida, en tres<sup>2</sup> ocasiones para la misma temperatura. Cada probeta posteriormente es colocada en el proyector de perfiles y se anota la suma de las regiones denominadas región "a" y región "b" (ver Figura 3), este dato corresponde a la expansión lateral. Finalmente, el porcentaje de ductilidad se obtiene de la siguiente manera: primero se miden las diferencias tanto en X como en Y de la probeta, entre la zona de fractura frágil y dúctil (ver Figura 4), y posteriormente los valores encontrados se cotejan con las tablas que se tienen para hallar el valor requerido. Por la naturaleza del fenómeno solamente tenemos siete datos para tempera-

1 Es la zona afectada térmicamente.

2 De manera estándar se repite tres veces el experimento, aunque hemos tratado juegos de datos donde se ha repetido hasta en seis veces, para los datos no irradiados; y en los datos irradiados, sólo se toma un dato por temperatura.

turas de -80F a 175F, para los datos no irradiados, y de -48F a 304F, para los datos irradiados.

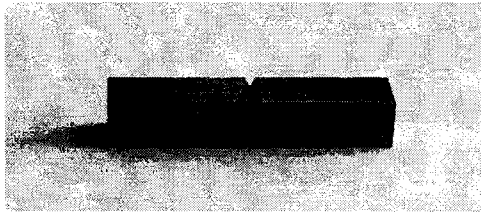


Figura 1.

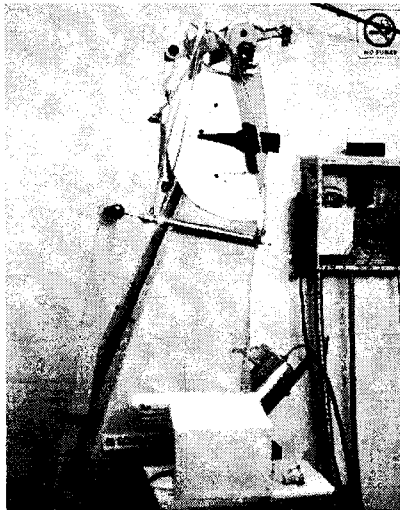


Figura 2.

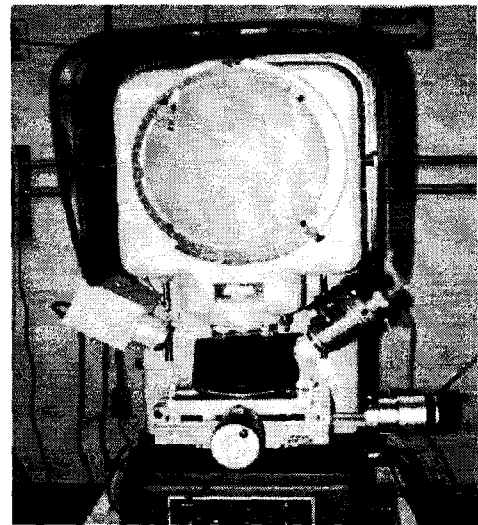


Figura 3.

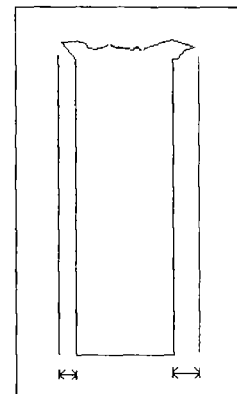


Figura 4.

**Modelos matemáticos**

Son tres los modelos matemáticos que hemos empleado para el ajuste de datos Charpy V. El primero de ellos, al cual nos referiremos como "modelo simétrico" propuesto por OLDFIELD [1] es el siguiente:

$$C_v = a_3 \tanh\left(\frac{T - a_1}{a_2}\right) + a_3 + LSE \quad (1)$$

donde

- C<sub>v</sub>. energía de fractura<sup>3</sup>
- a<sub>3</sub> parámetro de ajuste dado por

$$a_3 = \frac{USE - LSE}{2}$$

T temperatura de prueba

3 Debemos aclarar que esta variable en otro caso se llama expansión lateral.

- a<sub>1</sub> parámetro de ajuste que corresponde al punto de inflexión de la curva
- a<sub>2</sub> parámetro de ajuste que corresponde a la pendiente en la región de transición
- LSE (Lower Shelf Energy)

Cuando los datos no permiten establecer el Upper Shelf Energy USE, entonces podemos emplear el segundo modelo, al cual llamaremos simplemente "modelo exponencial" en vez del modelo simétrico citado anteriormente. De esta manera podemos obtener la temperatura de transición a 30 ft-lbs sin obtener el USE. El modelo exponencial tiene la forma

$$C_v = LSE e^{a_1 T^{a_2}} \quad (2)$$

donde  $b_1$  y  $b_2$  son los parámetros de ajuste

En ocasiones el modelo simétrico no permite un buen ajuste de los datos Charpy V, sobre todo cuando hay una abrupta transición del LSE y una transición más gradual en el Upper Shelf Energy. En tales casos empleamos el tercero de los modelos, al cual denominaremos "modelo asimétrico" y el cual está dado por

$$C_v = a_3 \tanh\left(\frac{T - a_1}{a_4 T + a_2}\right) + a_3 + LSE \quad (3)$$

donde el parámetro  $a_4$  sabemos que debe ser positivo.

### Estimación no lineal de parámetros

Estamos interesados en determinar los parámetros de una función que se "ajuste" lo mejor posible a un conjunto de observaciones. El criterio de ajuste será el de mínimos cuadrados. Sea  $f(x;t)$ , una función continuamente diferenciable que depende de los parámetros  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , los cuales queremos estimar y tales que minimicen la suma de cuadrados

$$\sum_{i=1}^m (f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; t) - y_i)^2 = \sum_{i=1}^m (f_i(x;t) - y_i)^2 = \|f(x;t) - y\|^2 \quad (4)$$

donde  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}^m$ .

De modo que el problema consiste en determinar una  $x^*$ , tal que la función

$$H(x) = \|f(x;t) - y\|^2 \quad (5)$$

alcanza un mínimo en ese punto.

Puesto que  $H(x)$  es una suma de cuadrados, el método de solución que usualmente se emplea es un proceso iterativo del tipo

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k h_k \quad (6)$$

donde  $h_k$  es el vector que minimiza

$$\|f_k(x_k; t) h_k - y\|^2 \quad (7)$$

en donde  $f_k$  es una aproximación lineal de la función  $f$  alrededor de  $x_k$ , y  $\alpha_k$  es tal que

$$H(x_{k+1}) < H(x_k) \quad (8)$$

### Método de Levenberg-Marquardt

Para nuestro problema, específicamente emplearemos el método de Levenberg-Marquardt. Sea  $x$  una aproximación a  $x^*$ . Expandiendo  $f(x)$  en serie de Taylor alrededor de  $x$  y con una corrección  $h$  tenemos

$$f(x+h) = f(x) + J(x)h + O(h^2) \quad (9)$$

donde

$$J(x) = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n$$

Sin considerar los términos a partir de los de segundo orden, minimizar

$$\|f(x) + J(x)h\|^2 \quad (10)$$

como función de  $h$ , nos resulta un sistema de ecuaciones lineales sobredeterminado, cuya solución, en el sentido de mínimos cuadrados está dado por

$$h = -M^{-1}(x)J^T(x)f(x) \quad (11)$$

Donde

$$M(x) = J^T(x)J(x)$$

Como en muchos de los casos, la corrección puede no ser favorable, Marquardt sugirió que la corrección fuera calculada de

$$\begin{pmatrix} J(x) \\ \sqrt{\lambda} D \end{pmatrix} h \cong - \begin{pmatrix} f(x) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

para  $\lambda \geq 0$ , y  $D$  una matriz diagonal. Esto es

$$h = -(M(x) + \lambda D^T D)^{-1} J^T(x) f(x) \tag{13}$$

Una observación que resulta importante es la siguiente: Si bien resolver las ecuaciones normales es muy rápido, por otro lado son particularmente poco confiables cuando  $J$  es de rango deficiente y  $\lambda = 0$ . Además de que en su formación pueden ocasionar innecesarios "underflows" y "overflows". Por ello, en lugar de formar y resolver las ecuaciones normales

$$(M(x) + \lambda D^T D)h = -J^T(x) f(x) \tag{14}$$

es preferible emplear transformaciones ortogonales, es decir, obtener la descomposición **QR** de  $J$  con pivoteo. Esto es, resolvemos

$$\begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & P^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J \\ \sqrt{\lambda} D \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} QJP \\ \sqrt{\lambda} P^T DP \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ D_\lambda \end{pmatrix} \tag{15}$$

donde las matrices  $Q$ ,  $P$ ,  $R$  y  $D_\lambda$  son ortogonal, de permutación, triangular superior y diagonal, respectivamente.

Mediante rotaciones de Givens obtenemos una matriz triangular superior  $R^{n \times n}$ . Esto es

$$W \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ D_\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_\lambda \\ 0 \end{pmatrix} \tag{16}$$

Por consiguiente si  $\lambda = 0$ , entonces

$$h = -P \begin{pmatrix} R^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Qf \tag{17}$$

si  $\lambda > 0$ , entonces

$$h = -PR_\lambda^{-1}u \tag{18}$$

donde  $u$  es calculada de

$$W \begin{pmatrix} Qf \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \tag{19}$$

Para más detalles ver MORE, J. J. [2].

**Resultados**

En las Figuras 5 y 6 se muestran las gráficas de una corrida típica del sistema.

[NOTA: Las figuras 5 6 aparecen en la última hoja]

**Hardware y software**

El hardware que utilizamos en este trabajo fueron dos computadoras del tipo PC con procesador Intel Celeron® a 500 y 800 MHz. El sistema para la estimación de parámetros, lo escribimos en el lenguaje propio de MATLAB. Empleamos su interfase gráfica (GUI) que permite hacer, de forma amigable, la estimación de parámetros de los tres modelos matemáticos propuestos en [1] y de la comparación de datos de interés con los ajustes Charpy V de probetas irradiadas y no irradiadas. La implementación del método de Levenberg-Marquardt se encuentra en la función LSQCURVEFIT de MATLAB

**Conclusiones**

Una vez realizadas distintas pruebas con diferentes conjuntos de datos podemos afirmar que nuestro sistema obtiene buenos resultados, en comparación con los reportados por General Electric, para la Central Nucleoeléctrica de Laguna Verde.

Por otro lado, es necesario comentar que aún falta adicionar algunos elementos que se han venido comentado con los investigadores involucrados en este proyecto. Por ejemplo, la eliminación de algún dato, debido a errores. Otro, se refiere a módulos aún no incorporados al sistema CharpyV\_V1, que mejoren su eficiencia y manejo.

**Referencias**

[1] Eason, E. D. & Whright, J. E., "Improved Embrittlement Correlations for Reactor Pressure Vessel Steels", Modeling & Computer Services, Odette, G. R., California, University of Sta. Barbara, CA. 1998.

[2] MORE, J. J., "The Levenberg – Marquardt Algorithm: Implementation and Theory", In Numerical Analysis – proceedings Dundee 1977, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 630, Springer-Verlag (1978) 105 – 116.

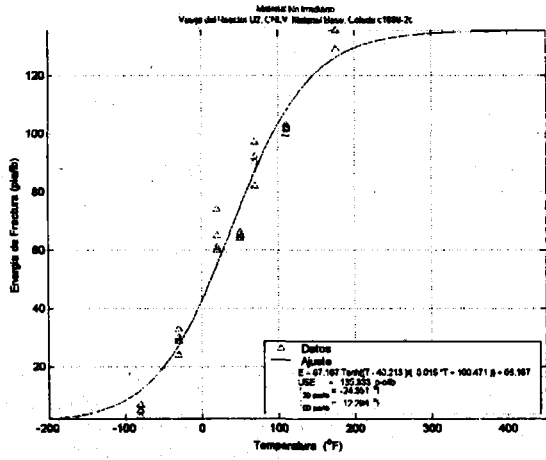


Figura 5.

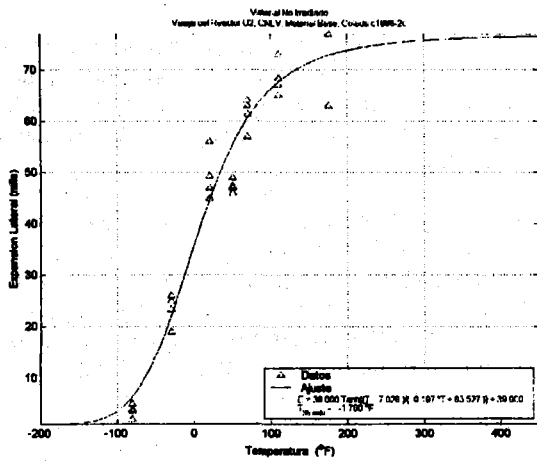


Figura 6.