

ANALIZA NEUTRONSKIH FLUKTUACIJA U POTKRITIČNIM FISIONIM SISTEMIMA SA STOHAŠTIČKIM IMPULSNIM IZVOROM

Ljiljana Kostić, Institut za nuklearne nauke »Vinča«

Sadržaj – U radu je analiziran uticaj stohastičkog impulsnog Poasonovog izvora na merene statističke parametre potkritičnog fisionog sistema. Pokazana je jaka zavisnost merenja od periode i širine impulsa izvora.

1. UVOD

Razne reakcije i transportni procesi u nuklearnim reaktorima su slučajni pa je i broj neutrona u bilo kom trenutku slučajna promenljiva. Neutron emitovan iz spoljnog izvora u multiplikativnoj sredini podleže nizu nuklearnih događaja kao što su fisija, rasejanje, absorpcija ili detekcija. Broj neutrona po fisiji je slučajna promenljiva kao i vreme između nuklearnih događaja [1, 2].

U reaktorskoj fizici, neutronske fluktuacije izazvane ovakvim tipovima izvora, koji su posledica prirodnih nuklearnih efekata, nazivaju se “šum nultog reaktora” ili “nulti šum”. Pored ovih, u velikim reaktorima snage postoje dodatni izvori šuma koji su posledica mehaničkih perturbacijama usled promena temperature i pritiska, vibracija kontrolnih šipki, nastanka i transporta mehurova pare i drugo. Neutronske šum izazvan ovakvim perturbacijama u stručnom žargonu se naziva “šum reaktora snage”. On nosi informaciju o parametarskim perturbacijama sistema i koristi se u reaktorskoj dijagnostici za otkrivanja anomalija ili promena stanja. Šum nultog reaktora nosi informaciju o nuklearnim osobinama sistema kao što su srednji život neutrona, reaktivnost i drugo [3, 4].

Pojavom ADS sistema ili fisionih potkritičnih sistema koji se pobuđuju akceleratorom, pojačan je interes za analizom nultog reaktorskog šuma u uslovima koji odgovaraju novim sistemima. Inače, planira se korišćenje ovih sistema za proizvodnju energije i preradu radioaktivnog otpada.

U ovom radu se analizira uticaj pobuđivanja potkritičnog fisionog sistema impulsnim akceleratorom na određivanje statističkih parametara, kao što su srednji broj neutrona, varijansa i modifikovana varijansa, važnih za merenje nuklearnih parametara.

2. STOHAŠTIČKI IMPULSNIM IZVOR

Merenja neutronske fluktuacije u multiplikativnim sredinama u cilju određivanja nuklearnih parametara se obično vrše u dužim vremenskim intervalima. Zato se odgovarajući mereni podaci dele u blokove. Postoje dva načina podele podataka u blokove različitih dužina. To su determinističko pulsiranje i stohastičko pulsiranje. Determinističko pulsiranje znači da se blokovi podataka tako biraju da početak svakog bloka koincidira sa početkom impulsa iz neutronske generatora. Drugi oblik deljenja ne uzima u obzir nikakvu sinhronizaciju između početka

vremena merenja i pulsiranja. Tako da slučajnost postoji u samom startu. U cilju lakšeg izračunavanja, element slučajnosti može da se predstavi u samom izvoru.

Tako, pri određivanju statističkih parametara za opisivanje ponašanja potkritičnog multiplikativnog sistema, pulsiranje generatora neutrona može da se modeluje sa [5]:

$$S(t) = S \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{H(t - nT_0) - H(t - W - nT_0)\} \quad (1)$$

gde je T_0 perioda impulsa, W širina impulsa, S amplituda impulsa a H predstavlja jediničnu step funkciju. Verovatnoća da izvor emituje jedan neutron u intervalu $(t, t + dt)$ je $S(t)dt$.

U ovom radu težište je na stohastičkom obliku pulsiranja, tj. na slučaju kada ne postoji sinhronizacija između početka merenja i dolaska impulsa, tj. početak merenja je slučajan. To je ekvivalentno fiksiranju vremenske ose na početak merenja i opisivanju izvora sledećom slučajnom funkcijom.

$$S(t, \xi) = S \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{H(t - nT_0 - \xi) - H(t - W - nT_0 - \xi)\} \quad (2)$$

gde je ξ slučajan broj, uniformne raspodele u intervalu $(0, T_0)$. Ovakav izvorni član odgovara vremenski zavisnoj Poasonovoj raspodeli čiji parametar $S(t)$ sadrži slučajan element. To se naziva stohastičko ili slučajno pulsiranje.

3. MODIFIKOVANA VARIJANSA DETEKTOVANIH NEUTRONA U MULTIPLIKOVANOJ SREDINI SA KONTINUALNIM POASONOVIM IZVOROM

Nulti šum nosi informaciju o nuklearnim osobinama sistema. Zato su metode zasnovane na merenju drugog momenta neutronske fluktuacije, kao Feynman-alfa i Rosi-alfa, razvijene i intenzivno korišćene u tradicionalnim reaktorskim sistemima. U Feynman-ovoj metodi, određuje se relativna varijansa $\sigma_Z^2 / \langle Z(t) \rangle$ kao funkcija vremena merenja t . Ovdje je $Z(t)$ otkucaj detektora u $(0, t)$, slučajna promenljiva, $\langle Z(t) \rangle$ je očekivana vrednost a $\sigma_Z^2(t)$ varijansa. Pomoću teorije linearnih Markovih procesa razvijen je ranije sledeći izraz za odnos varijanse i srednje vrednosti [3]:

$$\frac{\sigma_Z^2(t)}{\langle Z(t) \rangle} = 1 + \frac{\tilde{\mu}_{ZZ}(t)}{\tilde{Z}(t)} = 1 + \varepsilon_a \sum_{i=0}^6 A_i \left[1 - \frac{1 - e^{-\alpha_i t}}{\alpha_i t} \right] = 1 + Y(t) \quad (3)$$

U gornjoj jednačini, ε je efikasnost detektora. Najvažniji deo sume je promptni deo, tj. $i = 0$, za koji je

$$\alpha_0 \approx \frac{\beta - \rho}{\Lambda}, \quad \rho = \frac{k-1}{k}, \quad \alpha_i \ll \alpha_0; \quad i \geq 1 \quad (4)$$

$$A_0 = \frac{\langle \nu(\nu-1) \rangle}{\bar{\nu}^2} \cdot \frac{1}{(\beta - \rho)^2} \equiv \frac{D_\nu}{(\beta - \rho)^2} \quad (5)$$

i gde je β frakcija zakasnelih neutrona, ρ potkritična reaktivnost, Λ generacijsko vreme promptnih neutrona.

Veličine $\bar{\nu}$, $\langle \nu(\nu-1) \rangle$ and $D_\nu = \frac{\langle \nu(\nu-1) \rangle}{\bar{\nu}^2}$ su povezane

sa raznim momentima distribucije fisionih neutrona. Potrebno je istaći da je jednačina (3) razvijena uz pretpostavku Poasonovog izvora, tj., da je verovatnoća emitovanja jednog neutrona u dt jednaka $S dt$.

Intepretacija jed. (3) je sledeća. Ako su svi neutroni statistički nezavisni, kao oni koje emituje radioaktivni izvor, statistika bi bila Poasonova i relativna varijansa jednaka jedinici. Međutim, u multiplikativnoj sredini, svaki neutron izaziva lančanu reakciju i vodi ka stvaranju $1/(1-k)$ neutrona u beskonačnom sistemu. Svi neutroni u jednom takvom lancu su korelisani zbog činjenice da imaju zajedničko poreklo. Zbog pozitivnih korelacija varijansa je veća od Poasonove. Kako u potkritičnom reaktoru svaki lanac odumire sa vremenskim konstantama α_i , relativna varijansa saturira. Upravo se u delu odnosa varijanse i srednje vrednosti iznad jedinice, koji se naziva i odnos modifikovane varijanse i srednje vrednosti, nalazi korisna informacija o sistemu.

Za kontinualni izvor, bez zakasnelih neutrona, odnos varijanse i srednje vrednosti dobija sledeći oblik:

$$\frac{\sigma_Z^2(t)}{\langle Z(t) \rangle} = 1 + \varepsilon A \left[1 - \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha t} \right] \equiv 1 + Y(t) \quad (6)$$

gde je

ε - efikasnost detektora, $\varepsilon = \lambda_d / \lambda_f$

λ_d - verovatnoća detekcije po neutronu u sec, $\lambda_d \equiv \nu \Sigma_d$

ν - konstantna brzina neutrona

Σ_d - makroskopski efikasni presek za detekciju

λ_f - je verovatnoća fisije po neutronu u sec, $\lambda_f \equiv \nu \Sigma_f$

Σ_f - makroskopski efikasni presek za fisiju

Oblik $Y(t)$ zavisi od α

$$\alpha = -\rho / \Lambda \quad (7)$$

gde je ρ reaktivnost a Λ generacijsko vreme promptnih neutrona. Efikasnost detektora ε i konstanta A pojavljuju se kao faktori koji ne utiču na oblik krive.

4. ODNOS VARIJANSE I SREDNJE VREDNOSTI ZA STOHAŠTIČKI IMPULSNI IZVOR

Prema definiciji, odnos varijanse i srednje vrednosti za neutrone koje emituje stohastički pulsirajući izvor jednak je

$$\frac{Var(N)}{\langle N \rangle} = \frac{\langle N(N-1) \rangle + \langle N \rangle - \langle N \rangle^2}{\langle N \rangle} = \frac{\langle N(N-1) \rangle}{\langle N \rangle} + 1 - \langle N \rangle \quad (8)$$

U slučaju Poasonovog izvora interesantan je odnos modifikovane varijanse i srednje vrednosti

$$\frac{\mu_N}{\langle N \rangle} = \frac{\langle N(N-1) \rangle - \langle N \rangle^2}{\langle N \rangle} \quad (9)$$

za koji je dobijena sledeća vrednost:

$$\frac{\mu_N}{\langle N \rangle} = 2 \frac{ST_0^3}{\pi^4 W} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4 t} \left(\sin \frac{n\pi t}{T_0} \right)^2 \left(\sin \frac{n\pi W}{T_0} \right)^2 \quad (9)$$

Interesantno je istaći da suma u (9) opada sa faktorom $1/n^4$. Zato se postiže zadovoljavajuća aproksimacija uzimanjem u obzir samo prva tri člana sume.

5. MODIFIKOVANA VARIJANSA DETEKTOVANIH NEUTRONA U MULTIPLIKATIVNOJ SREDINI SA STOHAŠTIČKIM IMPULSNI IZVOROM

Za modifikovanu varijansu za vreme merenja T , polazeci od razvijenih opštih modela [1, 2] došlo se za konkretan slučaj do sledećeg rešenja za modifikovanu varijansu:

$$\mu_{\tilde{Z}}(T) = 2 \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_d^2 S^2 T_0^4}{n^4 \pi^4 (4n^2 \pi^2 + \alpha^2 T_0^2)} \left(\sin \frac{n\pi T}{T_0} \right)^2 \left(\sin \frac{n\pi W}{T_0} \right)^2 + \frac{SW}{T_0} \lambda_f \langle \nu(\nu-1) \rangle \frac{\lambda_d^2}{\alpha^4} (e^{-\alpha T} + \alpha T - 1) \quad (10)$$

Odnos modifikovane varijanse i srednje vrednosti jednak je

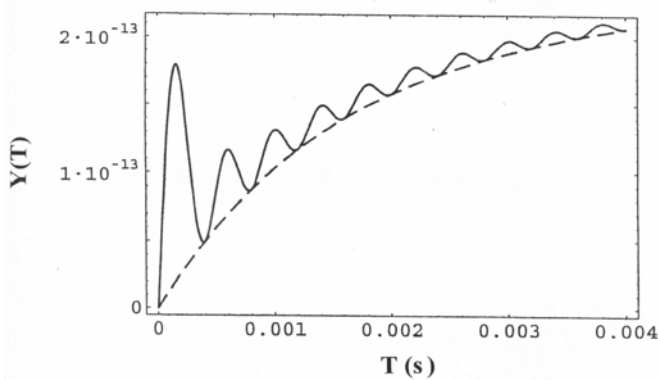
$$\frac{\mu_{\tilde{Z}}(T)}{\langle \tilde{Z} \rangle} = 2 \frac{\lambda_d S T_0^5 \alpha}{t \pi^4 W} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n^6 \pi^2 + n^4 \alpha^2 T_0^2)} \left(\sin \frac{n\pi T}{T_0} \right)^2 \left(\sin \frac{n\pi W}{T_0} \right)^2 + \frac{\lambda_d \lambda_f}{\alpha^2} \langle \nu(\nu-1) \rangle \left(1 - \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha T} \right) \quad (11)$$

6. REZULTATI

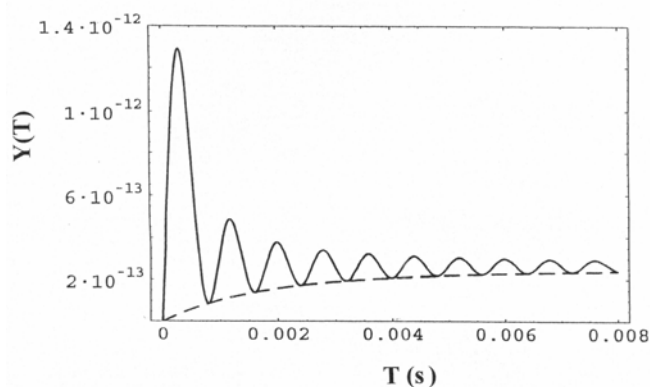
Poslednji član u jednačini (11) pokazuje istu zavisnost od vremena merenja T kao i odnos varijanse i srednje vrednosti u slučaju izvora kontinualne emisije (6).

Formula (11) za odnos modifikovane varijanse i srednje vrednosti pokazuje u prvom članu jaku zavisnost od periode pulsiranja generatora neutrona, T_0 . Međutim, drugi član ne zavisi ni od T_0 ni od širine impulsa, W , što znači da je potpuno nezavistan od osobina pulsacije.

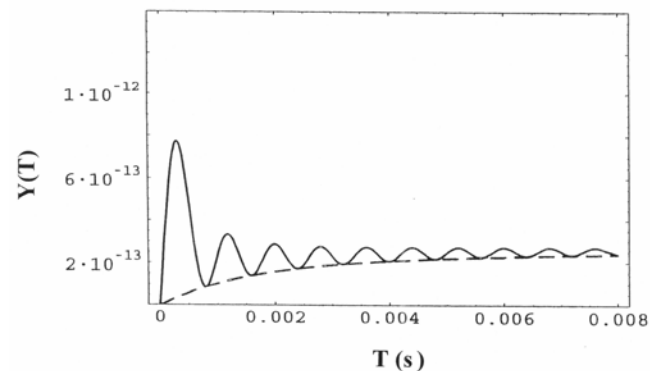
Funkcija $Y(T) = \mu_{\tilde{Z}}(T) / \langle \tilde{Z} \rangle$ za impulsni izvor prikazana je za poseban slučaj ($T_0 = 0.0004$ s, $W = 0.0002$ s) na Sl. 1.



Sl. 1. Modifikovana varijansa za kontinualni (isprekidana linija) i stohastički impulsni izvor ($T_0 = 0.0004$ s, $W = 0.0002$ s)



Sl. 2. Modifikovana varijansa za kontinualni (isprekidana linija) i stohastički impulsni izvor ($T_0 = 0.0008$ s, $W = 0.0004$ s)



Sl. 3. Modifikovana varijansa za kontinualni (isprekidana linija) i stohastički impulsni izvor ($T_0 = 0.0008$ s, $W = 0.0001$ s)

Ako se povećaju perioda i širina impulsa za faktor 2, dobiće se grafikon prikazan na Sl. 2.

Poređenje prikazanih rezultata nedvosmisleno ukazuje na činjenicu da su i perioda i širina impulsa veoma važni pri pažljivom planiranju i izvodjenju eksperimenata.

Ako održavamo periodu konstantnom a smanjimo širinu impulsa, amplituda oscilacija se povećava kao posledica poslednjeg sinusnog faktora u (11). Jedan takav primer je prikazan na Sl. 3.

Donja obvojnica za krive prikazane na Sl. 1, Sl. 2 i Sl. 3 predstavlja tradicionalni Fejnman-alfa izraz (6). Zato je za

određivanje parametara multiplikativne sredine, potrebno fitovati dobijene lokalne minimume. Moguće je izvršiti fitovanje i kompletne eksperimentalne krive.

7. ZAKLJUČAK

Fejnman-alfa metoda je uspešno korišćena za određivanje potkritične reaktivnosti u tradicionalnim reaktorskim sistemima. Merenja su vršena održavanjem stacionarnog fluksa u sistemu pomoću spoljnog neutronskog izvora, po pravilu radioakvnog izvora.

U planiranim ADS sistemima, koji bi se pobuđivali izvorom iz akceleratora i radili u potkritičnom modu, situacija se menja. Statistička svojstva novo korišćenih izvora se razlikuju od svojstava stacionarnih radioaktivnih izvora.

U ovom radu, analitička formula za slučaj stohastičkog impulsnog izvora je izložena i analizirana. Dobijeni rezultati pokazuju da se u slučaju stohastičkog pulsiranja dobija za mereni odnos modifikovana varijansa/srednja vrednost kriva sa periodičnim oscilacijama. Oscilacije su direktno povezane sa periodom i širinom impulsa izvora. Drugim rečima, dobijena kriva se sastoji od Fejnmanove krive koja odgovara stacionarnom izvoru i beskonačne sume kvadratnih sinusnih funkcija. Tradicionalni Fejnmanov izraz je donja obvojnica dobijene krive za impulsni izvor. Ovaj rezultat potvrđuje mogućnost određivanja potkritične reaktivnosti u budućim ADS sistemima iz krive dobijene fitovanjem lokalnih minimuma, a moguće i kompletne, eksperimentalne krive.

LITERATURA

- [1] I. Pazsit, Y. Yamane, Theory of neutron fluctuations in source-driven subcritical systems, *Nucl. Instr. Meth. A* **403**, (1998) 431-441
- [2] I. Pazsit, Y. Yamane, The variance-to-mean ratio in subcritical systems driven by a spallation source, *Ann. Nucl. Energy* **25**, (1998) 667-676
- [3] Lj. Kostić, K. Behringer, Quantitative analysis of the Fejnman-alpha formula for the future ADS systems, *Proc. XLV ETRAN Conf.*, 2001, Vol. IV, pp.57-61
- [4] Lj. Kostić, Analysis of neutron fluctuations in subcritical systems with multiple emission sources, *Proc. XLVI ETRAN Conf.*, 2002, Vol IV, pp. 39-42
- [5] M. Ceder, Reactivity determination in accelerator Driven Nuclear Reactors by Statistics from Neutron Detectors, *Master of Science degree thesis*, Chalmers University of Technology, Sweden, 2002, CHT-RF-163

Abstract – The influence of the stochastically pulsed Poisson source to the statistical properties of the subcritical multiplying system is analyzed in the paper. It is shown a strong dependence on the pulse period and pulse width of the source.

NEUTRON FLUCTUATION ANALYSIS IN A SUBCRITICAL MULTIPLYING SYSTEM WITH A STOCHASTICALLY PULSED POISSON SOURCE

Ljiljana Kostić