instituto nacional de investigaciones nucleares

ACERCA DE LA TEORIA DE EXCITACION DE CAMPOS ELECTROSTATICOS POR UNA ONDA DE RF EN UN PLASMA

Acerca de la teoría de exitacion...

ACERCA DE LA TEORIA DE EXCITACION DE CAMPOS ELECTROSTATICOS POR UNA ONDA DE RF EN UN PLASMA

CESAR R. GUTIERREZ TAPIA

INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES NUCLEARES
Reporte Técnico IBA-DF-91-01
Gerencia de Investigación Básica
Departamento de Física
Proyecto AA-167
Enero, 1991.

ACERCA DE LA TEORIA DE EXCITACION DE CAMPOS ELECTROSTATICOS POR UNA ONDA DE RF EN UN PLASMA

CESAR R. GUTIERREZ-TAPIA.

INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES NUCLEARES
Gerencia de Investigación Básica

Resumen

En un modelo unidimensional se muestra en los casos de un plasma semilimitado y una capa de plasma el mecanismo de excitación de campos electrostáticos por una onda de radiofrecuencia (RF), polarizada linealmente. Este fenómeno depende fuertemente de la acción conjunta de la fuerza de Miller y la de impulsión. Se muestra que la acción de estas fuerzas se realiza en diferentes tiempos característicos cuando el frente de onda cruza a través del plasma. Se analizan los casos de un plasma semilimitado y de una capa de plasma sin y con corriente. Se muestra que cerca de las fronteras del plasma donde el campo es suficientemente grande surgen oscilaciones de la amplitud del campo que se amortiguan lentamente en el espacio de forma exponencial. En los casos de una capa de plasma se muestra que los procesos que surgen cerca de la frontera $x = L$ son similares a los procesos que surgen cerca de la frontera $x = 0$. La existencia de corriente en la capa de plasma conduce al bloqueo de las perturbaciones excitadas en la frontera $x = L$.

Introducción

En un modelo unidimensional se muestra en los casos de un plasma semilimitado y una capa de plasma el mecanismo de excitación de campos electrostáticos por una onda de radiofrecuencia (RF), polarizada linealmente. Este fenómeno depende fuertemente de la acción conjunta de la fuerza de Miller y la de impulsión. Se muestra que la acción de estas fuerzas se realiza en diferentes tiempos característicos cuando el frente de onda cruza a través del plasma. Se analizan los casos de un plasma semilimitado y de una capa de plasma sin y con corriente. Se muestra que cerca de las fronteras del plasma donde el campo es suficientemente grande, surgen oscilaciones de la amplitud del campo que se amortigua lentamente en el espacio de forma exponencial. En los casos de una capa de plasma se muestra que los procesos que surgen cerca de la frontera $x = L$ son similares a los procesos que surgen cerca de la frontera $x = 0$. La existencia de corriente en la capa de plasma conduce al bloqueo de las perturbaciones excitadas en la frontera $x = L$.

La teoría de propagación de ondas de radiofrecuencia es muy importante en relación con los diferentes mecanísmos que llevan a la dependencia del coeficiente de dispersión dieléctrica ϵ con respecto al campo [1]. Particularmente en el trabajo [2] se ha investigado conjuntamente con el aplastamiento de la frontera del plasma la generación de campos electrostáticos de diferencia de carga. El problema de generación de campos electrostáticos por inyección de radiación electromagnética en un plasma tambien es de bastante importancia ya que está relacionado fuertemente con el problema de aceleración de partículas por métodos no-convencionales [4-6].

En el trabajo [1] se investiga la propagación no-lineal de una onda de RF en un plasma disipativo debido a las colisiones entre las partículas. Se muestra que cuando se consideran las colisiones el estado de equilibrio del plasma surge de tal manera que la presión térmica se equilibra con una fuerza que depende de las colisiones definida por dos términos, uno de los términos de la fuerza es proporcional al gradiente del cuadrado de la amplitud de la onda (fuerza de Miller) y el segundo término es proporcional al flujo de energía el cual es diferente de cero sólo en el caso de un plasma disipativo (esta fuerza juega un papel dominante en el proceso de generación de corrientes de impulsión por ondas de RF, por lo tanto la llamarémos fuerza de impulsión). A diferencia del trabajo [1], en el presente trabajo se analiza la influencia de las fronteras del plasma sobre los efectos transitorios que surgen por la acción conjunta de la fuerza de Miller y la de impulsión en la propagación de una onda de RF a traves de un plasma disipativo. Se muestra el mecanismo de excitación de campos electrostáticos. Se determinan las regiones donde la acción de la fuerza de Miller es mayor o menor que la fuerza de impulsión considerando los tiempos característicos relacionados con la acción de cada una de estas fuerzas.

Algunas ideas preliminares sobre este trabajo fueron presentados en llos trabajos [7] y [8].

Primeramente se consideran las ecuaciones iniciales, posteriormente se obtiene la expresión para el campo electrostático en el caso de un plasma semilimitado donde se analizan los casos estacionario y no estacionario. De forma análoga se investigan los casos de una capa de plasma con y sin corriente. De la misma forma que en el trabajo [1] se utiliza la metódica de investigación de la dependencia lenta de la amplitud del campo con respecto a las coordenadas y el tiempo en la región de frecuencias donde el plasma es transparente.

1 Ecuaciones iniciales

Consideremos una onda electromagnética transversal polarizada linealmente, que se desplaza a lo largo del eje Ox. La tensión del campo eléctrico tiene la forma

$$\hat{E}(x,t) = \frac{1}{2}\{E(x,t)e^{-i\omega t+ikx} + E^*(x,t)e^{i\omega t-ikx}\} \tag{1.1}$$

donde ω, k, E -son la frecuencia, el número de onda y la amplitud compleja de la onda que varía lentamente con las coordenadas x y el tiempo t. Despreciando la dispersión y además suponiendo que la desigualdad $(\omega_p/\omega)^2 \ll kL_0$ se cumple y las dimensiones características de la amplitud L_0 son lo suficientemente grandes, la variación de la amplitud de la onda se define por la ecuación

$$\frac{\partial E}{\partial t} + v_g \frac{\partial E}{\partial x} + \gamma E = 0 \tag{1.2}$$

donde $v_g = (\partial \omega / \partial k)$ -es la velocidad de grupo y γ es el decremento.

Para la descripción del movimiento de los electrones del plasma usaremos el modelo hidrodinámico [9]. El movimiento de alta frecuencia en una aproximación lineal se define por la ecuación

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \nu \tilde{v} = \frac{e}{m} \tilde{E} \tag{1.3}$$

donde $\tilde{v}$ - es la velocidad oscilante de los electrones, ν - es la frecuencia efectiva de colisiones.

El sistema de ecuaciones para las magnitudes que varían lentamente en el tiempo, en una aproximación lineal tiene la forma

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \nu v = \frac{1}{m} \overline{f} + \frac{e}{m} E - \frac{T}{n_0 m} \frac{\partial n}{\partial x} \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e n \tag{1.6}$$

donde E, n, v - son el campo electrostático de diferencia de carga, las perturbaciones de la densidad y la velocidad promedio del movimiento de los electrones, T - la temperatura de los electrones.

Sobre el movimiento promedio de los electrones en la dirección Ox el movimiento oscilatorio influencía a traves de la fuerza promedio de Lorentz $\overline{f} = \frac{e}{c}\overline{\tilde{v}\tilde{B}}$, donde $\tilde{B}$ - es el campo magnético inducido por el campo eléctrico. Expresando de la expresión (1.3) $\tilde{v}$ a traves de $\tilde{B}$, y de la ecuación $(\partial \tilde{E}/\partial x) = c^{-1}(\partial B/\partial t)$ el campo magnético $\tilde{B}$ a traves de $\tilde{E}$ y promediando en el tiempo la parte oscilante, obtenemos con exactitud hasta de miembros lineales con respecto a la derivada $\partial/\partial x$ y la frecuencia de colisiones ν,

$$\overline{f} = -\frac{e^2}{4m\omega 2} \left(\frac{\partial |E|^2}{\partial x} - 2\frac{\nu k}{\omega} |E|^2 \right) \tag{1.7}$$

donde la amplitud de la onda de radiofrecuencia se determina por la ecuación (1.2), ahora escrita en la forma

$$\frac{\partial |E|^2}{\partial t} + v_g \frac{\partial |E|^2}{\partial x} + 2\gamma |E|^2 = 0 \tag{1.8}$$

Veamos el caso de un plasma homogéneo sobre el cual incide normalmente una onda electromagnética. Si se conoce la ley de variación de la amplitud en la frontera en el punto $x = 0$; $E(0,t) = E_0(t)\Theta(t)$ entonces, dentro del plasma de la ecuación (1.8) obtenemos

$$|E|^2 = |E_0(t - \frac{x}{v_g})|^2\Theta(t - \frac{x}{v_g})e^{-\Gamma x} \tag{1.9}$$

donde $\Gamma = (2\gamma/v_g)$ - es el coeficiente de amortiguamiento de la onda y $\Theta(t)$ - es la función escalón de Heaviside. De las fórmulas (1.9) y (1.4) tenemos que la fuerza promedio en el plasma tiene la forma

$$\overline{f} = -\frac{e^2}{4m\omega^2}\Theta(t - \frac{x}{v_g})\left\{\frac{\partial}{\partial x}|E_0(t - \frac{x}{v_g})|^2 - 2\left(\frac{\gamma}{v_g} + \frac{\nu k}{\omega}\right)|E_0(t - \frac{x}{v_g})|^2\right\}e^{-\Gamma x} \tag{1.10}$$

Si la función $E_0(t)$ crece desde cero y con el tiempo alcanza un valor constante (en el plasma penetra el frente de onda) entonces, el primer término de la parte derecha en la fórmula (1.10) con el tiempo en cada punto se hace igual a cero y se conserva solo el segundo término. Tomando en cuenta las expresiones para la velocidad de grupo $v_g = c^2k/\omega$ y el decremento $\gamma = \nu\omega_p^2/2\omega^2$ ($\omega_p = (4\pi e^2 n/m)^{\frac{1}{2}}$ - es la frecuencia plásmica), escribamos el segundo término de la fórmula (1.10) en la forma $2\left(\gamma/v_g + \nu k/\omega\right) = (\nu k/\omega)\left((k^2c^2 + \omega^2)/k^2c^2\right)$. En un plasma transparente ($\omega > \omega_p$), $kc \approx \omega$ y el más importante en la expresión para la fuerza resulta ser el término proporcional a $\nu k/\omega$. De esta manera, despues de que pasa el frente de onda por dicho punto, la contribución de la fuerza de Miller en un plasma enrarecido es pequeña en comparación con la fuerza de impulsión lo que justifica las estimaciones para las corrientes de impulsión reportadas en varios trabajos, despreciando la fuerza de Miller [10-13].

Mas adelante sin embargo se muestra que en el proceso de penetración del frente de onda a traves de un punto dado, la acción de la fuerza de Miller puede ser mayor y superar la acción de las fuerzas de impulsión. Es conocido que cerca de la primer frontera del plasma donde el campo es suficientemente grande, surgen oscilaciones de la amplitud del campo las cuales se amortiguan lentamente en el espacio a ciertas distancias en forma exponencial [1], por lo cual vamos a suponer que el crecimiento de la amplitud de la onda en la frontera tiene la forma

$$|E_0|^2 = \mathcal{E}_0^2\left(1 - e^{-\alpha t}\right) \tag{1.11}$$

donde $\mathcal{E}_0$ - es la amplitud constante en el tiempo y la cual se establece en un tiempo característico α^{-1}. De la fórmula (1.10) encontramos

$$\overline{f} = \frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}\Theta\left(t - \frac{x}{v_g}\right)\left\{q_1 e^{-\alpha(t-\frac{x}{v_g})} + q_2\left(1 - e^{-\alpha(t-\frac{x}{v_g})}\right)\right\}e^{-\Gamma x} \tag{1.12}$$

donde $q_1 = \alpha/v_g, q_2 = 2\left(\gamma/v_g + \nu k/\omega\right)$.

Consideremos las perturbaciones de la densidad de los electrones y los campos electrostáticos relacionados con estas que son ocasionados por la onda cuando penetra en el plasma. Las ecuaciones que determinan estas cantidades se obtienen de las ecuaciones (1.5) - (1.7). La ecuación para la concentración tiene la forma

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} + \omega_p^2 n + \nu \frac{\partial n}{\partial t} - v_T^2 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = -\frac{n_0}{m}\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x} \tag{1.13}$$

correspondientemente para el campo eléctrico tenemos

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \omega_p^2 E + \nu \frac{\partial E}{\partial t} - v_T^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\omega_p^2}{e}\mathcal{J} \tag{1.14}$$

2 Campos electrostáticos en un plasma semilimitado.

Vamos a considerar que antes que incida la onda de RF al plasma ($t < 0$) la densidad y el campo electrostático en el plasma no han sido perturbados

$$n(t=0,x) = 0; \quad (\partial n/\partial t)_{t=0} = 0; \quad E(t=0,x) = 0; \quad (\partial E/\partial t)_{t=0} = 0 \tag{2.1}$$

El número total de electrones donde ha penetrado la onda de RF se debe conservar ($\int_0^{tv_g} dx n(x,t) = 0$). De la fórmula (1.7) en este caso obtenemos $E(0,t) = E(tv_g, t)$. Ya que el plasma como un todo es eléctricamente neutro entonces, fuera del plasma el campo electrostático es igual a cero

$$E(0,t) = 0, \quad E(tv_g, t) = 0 \tag{2.2}$$

donde tv_g es la distancia a la cual el campo electrostático se amortigua.

En el caso estacionario debido al amortiguamiento de la onda, la fuerza promedio tiende a cero $\mathcal{J}(x \to \infty, t) \to 0$. En este caso las condiciones iniciales (2.1) no son importantes y en las condiciones de frontera (2.2) es necesario hacer $tv_g = \infty$.

Utilizando el método de las transformadas de Laplace resolvemos la ecuación (1.14) con las condiciones iniciales y de frontera (2.1)-(2.2) obteniendo

$$eE(x,s) = \frac{1}{\chi r_D^2}\left[\int_0^x dx' \mathcal{J}(s,x') \sinh[\chi(x-x')] - sinh\chi x \int_0^\infty dx' \mathcal{J}(s,x') e^{\chi x'}\right], \tag{2.3}$$

donde $\chi = \frac{1}{v_T}\sqrt{s^2 + \omega_p^2 + \nu s}$, y $\mathcal{J}(s,x)$ es la imagen de la función (1.10) en la forma

$$\mathcal{J}(x,s) = \frac{e^2}{4m\omega^2}|E_0|_s^2 e^{-\Gamma x}(\frac{s}{v_g} + q_2)e^{-sx/v_g} \tag{2.4}$$

Donde si consideramos que el crecimiento de la amplitud ocurre de acuerdo con la fórmula (1.11) entonces, $|E_0|^2 = \mathcal{E}_0^2\,(1/s - 1/(s+\alpha))$. Sustituyendo la expresion (2.4) en la fórmula (2.3) obtenemos

$$e\overline{E}(x,s) = \frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2 r_D^2}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\alpha}\right)\cdot\frac{\left(\frac{s}{v_g}+q_2\right)}{\chi^2-(\Gamma+\frac{s}{v_g})^2}\left(e^{-\chi x} - e^{-\Gamma x - sx/v_g}\right). \tag{2.5}$$

Veamos el caso estacionario. El campo en este caso es fácil de obtener de la fórmula (2.5) con ayuda del límite $\lim_{s\to 0} s\overline{E} = \overline{E}(x)$

$$e\overline{E}(x) = \frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}\frac{q_2}{1-(\Gamma r_D)^2}\left(e^{-x/r_D} - e^{-\Gamma x}\right) \tag{2.6}$$

El valor máximo del campo electrostático se alcanza cuando $x \sim r_D \ln(Gr_D)^{-1}$ y aproximadamente es igual a $(\overline{E}_{max}/\mathcal{E}_0) \sim (v_E/2c)(\nu/\omega)$, donde $v_E = e\mathcal{E}_0/m\omega$.

En el límite cuando la amplitud de la onda de RF crece lentamente y hay pocas colisiones($\omega_p \gg \alpha, \nu$) la solución de la ecuación (1.14) tiene la forma

$$\begin{aligned} e\overline{E}(x,t) \;=\; & \frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}\left\{q_1\left\{-e^{-\Gamma x}\Theta(t-\frac{x}{v_g})\left[e^{-\alpha(t-\frac{x}{v_g})} - e^{-\frac{\nu}{2}(t-\frac{x}{v_g})}\cos[\omega_p(t-\frac{x}{v_g})]\right]+\right.\right. \\ & \Theta(t-\frac{x}{v_T})\left[e^{-\frac{\nu x}{2v_T}-\alpha(t-\frac{x}{v_T})} - e^{-\frac{\nu t}{2}}\cos[\omega_p(t-\frac{x}{v_T})]-\right. \\ & \left.\left.\int_{x/v_T}^{t} d\tau\frac{xJ_1(\omega_p\sqrt{\tau^2-x^2/v_T^2})}{r_D\sqrt{\tau^2-x^2/v_T^2}}\left(e^{-\frac{\nu\tau}{2}-\alpha(t-\tau)} - e^{-\frac{\nu t}{2}}\cos[\omega_p(t-\tau)]\right)\right]\right\}+ \\ & q_2\left\{-e^{-\Gamma x}\Theta(t-\frac{x}{v_g})\left[1-e^{-\alpha(t-\frac{x}{v_g})}\right]+\right. \\ & \Theta(t-\frac{x}{v_T})\left[e^{-\frac{x\nu}{2v_T}}\left(1-e^{-\alpha(t-\frac{x}{v_T})}\right)-\right. \\ & \left.\left.\left.\int_{x/v_T}^{t} d\tau\frac{xJ_1(\omega_p\sqrt{\tau^2-x^2/v_T^2})}{r_D\sqrt{\tau^2-x^2/v_T^2}}e^{-\frac{\nu\tau}{2}}\left(1-e^{-\alpha(t-\tau)}\right)\right]\right\}\right\} \end{aligned} \tag{2.7}$$

La última fórmula ha sido obtenida en los límites $v_g \gg v_T; v_g^2 \gg 4v_T^2\gamma$ y $v_g^2\omega_p^2 \gg 4v_T^2\gamma^2$.

De la fórmula (2.7) tenemos que en el paso de una onda de RF a través del plasma surgen campos electrostáticos en dos regiones. La primer región está relacionada con el frente de onda y los términos correspondientes en la fórmula (2.7) son los proporcionales a $\Theta(t-\frac{x}{v_g})$. En esta región cuando $\omega_p \gg \nu$, se excita una onda plásmica con número de onda igual a ω_p/v_g, la cual se amortigua con un decremento igual a $\nu/2$. Despues de la amortiguación de la onda plásmica se establece un campo electrostático el cual se amortigua en el espacio de forma exponenecial con un decremento igual a α. La segunda región está localizada cerca de la frontera donde las perturbaciones se desplazan con la velocidad térmica de los electrones (términos proporcionales a $\Theta(t-x/v_T)$). La causa del surgimiento de estas perturbaciones está contenida en la condición de frontera $E(0,t)=0$. Para que se satisfaga esta condición es necesario compensar en la frontera el campo excitado por el frente de onda. Si este campo varía en el tiempo con una frecuencia ω_p, entonces de la frontera tambien surgen perturbaciones con frecuencia ω_p, las cuales sin embargo no se desplazan en forma de ondas , sino que se bloquean (esto se puede observar por las integrales que aparecen en este término), sucede como si el campo que se forma por la onda que incide en la frontera $x=0$ se reflejara y surgiera cerca de ésta una onda la cuál no puede desplazarse.

En la fórmula (2.7) se pueden separar los términos relacionados con la fuerza de Miller no-estacionaria, proporcionales a q_1, y los términos relacionados con la fuerza de impulsión proporcionales a q_2. Las integrales que aparecen en esta fórmula se calculan de forma exacta únicamente en el límite $t \gg x/v_T$, cuando se pueden usar aproximaciones asintóticas para las integrales y conservar la dependencia de las magnitudes restantes con respecto al tiempo. Así, los términos proporcionales a $\Theta(t-x/v_T)$ en (2.6) toman la forma

$$q_1\left(e^{-\alpha t-x/r_D}-e^{-\nu t/2}\cos[\omega_p(t-\frac{x}{v_T})]\right)+q_2e^{-x\omega_p/v_T}\left(1-e^{-\alpha t}\right) \tag{2.8}$$

De donde se puede deducir que el apantallamiento de Debay cerca de la frontera se establece en un tiempo igual a $1/\alpha$, y las oscilaciones plásmicas desaparecen en un tiempo característico igual a $2/\nu$.

3 Capa de plasma sin corriente

Consideremos ahora el caso de una onda de RF que se propaga a través de una capa de plasma de anchura igual a L y la cual es menor en comparación con la longitud de amortiguamiento de la onda Γ^{-1}. El espectro de Laplace para el campo electrostático obtenido de la ecuación (1.14) con las condiciones iniciales (2.1) y las condiciones de frontera

$$E(0,t)=0; \qquad E(L,t)=0 \tag{3.1}$$

en este caso tiene la forma

$$eE(s,x)=\frac{1}{\chi r_D^2}\left(\int_0^x dx'J(s,x')\sinh[\chi(x-x')]-\frac{\sinh(\chi x)}{\sinh(\chi L)}\int_0^L dx'J(s,x')\sinh[\chi(L-x')]\right) \tag{3.2}$$

Sustituyendo (2.4) en (3.2) obtenemos

$$eE(x,s)=eE_{SL}(x,s)+e\Delta E(x,s) \tag{3.3}$$

Donde E_{SL} es la expresión para el campo electrostático obtenido en el caso de un plasma semilimitado y el término adicional $e\Delta E(x,s)$ tiene la forma

$$
\begin{aligned}
e\Delta\overline{E}(x,s) &= \frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2 r_D^2}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\alpha}\right)\frac{(\frac{s}{v_g}+q_2)}{\chi^2-(\Gamma+\frac{s}{v_g})^2}\cdot \\
&\left[\frac{1}{sinh(\chi L)}\left(e^{-L(\frac{s}{v_g}+\Gamma)}\sinh(\chi x)+\sinh[\chi(L-x)]\right)-e^{-\chi x}\right]
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

En el caso estacionario de las ecuaciones (3.3)-(3.4) obtenemos

$$
\begin{aligned}
e\overline{E}(x) &= -\frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}\frac{q_2}{1-(\Gamma r_D)^2}\cdot \\
&\left[e^{-\Gamma x}-\frac{1}{\sinh(L/r_D)}\left(e^{-\Gamma L}\sinh(x/r_D)-\sinh[(L-x)/r_D]\right)\right]
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

Si el amortiguamiento de la onda en el grosor de la capa es pequeño entonces, el campo dentro de la capa es casi homogéneo, se puede decir que el campo electrostático en la capa es tal que su acción se compensa con la fuerza de impulsión [14],

$$
e\overline{E}(x) = -\overline{f} = -\frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}2\nu k/\omega \tag{3.6}
$$

En el caso no estacionario comparando las ecuaciones (3.4) y (2.3) podemos observar que la influencia de la frontera $x = L$ se determina por el primer término que aparece en el parentesis cuadrado de la ecuación (3.4). De la expresión para la antitransformada de Laplace, analogamente al caso de un plasma semilimitado, para este término obtenemos diferentes miembros con funciones de Heaviside con argumentos diferentes por lo que tambien en este caso los efectos producidos por la onda de RF para el campo electrostático generado $\overline{E}(x,t)$ se desarrollan en diferentes tiempos característicos.

Si $t < \frac{L}{v_g}$ el frente de onda aún no ha alcanzado la frontera posterior de la capa de plasma por lo que en este caso obtenemos el resultado del punto anterior.

Cuando $2L/v_T > t > L/v_g$, en la ecuación para el campo se deben tomar en cuenta miembros proporcionales a $\Theta(t - L/v_g - (L-x)/v_T)$ los cuales determinan las perturbaciones que se desplazan de la frontera $x = L$ con la velocidad térmica de los electrones. Los miembros proporcionales a $\Theta(t - L/v_g - (L+x)/v_T)$ determinan las perturbaciones que surgen de la frontera $x = 0$ despues de que han llegado las perturbaciones que van de la frontera $x = L$ con la velocidad térmica de los electrones $(t > L/v_g + L/v_T)$.

Otros miembros proporcionales a $\Theta(t - L/v_g - x/v_T)$ determinan efectos que son similares a los ocasionados por los miembros proporcionales a $\Theta(t - x/v_T)$ pero ahora cerca de la frontera $x = L$. Por último los miembros proporcionales a $\Theta(t-(2L-x)/v_T)$ y $\Theta(t-(2L-x)/v_T - L/v_g)$ determinan efectos que surgen con tiempos caracteristicos $t > 2L/v_T$. Estos últimos términos los despreciamos ya que son mas importantes los efectos primarios que surgen cerca de las fronteras $x = 0$ y $x = L$.

Así, el término principal que determina la influencia de la frontera $x = L$ sobre el campo es el término proporcional a $\Theta(t - L/v_g - (L-x)/v_T)$ el cual en el límite cuando la amplitud de la onda de RF crece lentamente y hay pocas colisiones $(\omega_p \gg \alpha, \nu)$ el término adicional $e\Delta\overline{E}(x,t)$ tiene la forma

$$
\begin{aligned}
e\Delta\overline{E}(x,t) \quad = \quad & \frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}\Theta(t - \frac{L}{v_g} - \frac{L-x}{v_T})e^{-\Gamma L - \frac{\nu}{2}(t-L/v_g)} \cdot \\
& \left\{q_1\left[e^{(\frac{\nu}{2}-\alpha)(t-L/v_g-(L-x)/v_T)} - \cos[\omega_p(t - L/v_g - (L-x)/v_T)] - \right.\right. \\
& \int_{\frac{L-x}{v_T}}^{t-L/v_g} d\tau(\frac{L-x}{r_D})\frac{J_1(\omega_p\sqrt{\tau^2 - (\frac{L-x}{v_T})^2})}{\sqrt{\tau^2 - (\frac{L-x}{v_T})^2}} \cdot \\
& \left.\left(e^{(\frac{\nu}{2}-\alpha)(t-L/v_g-(L-x)/v_T)} - \cos[\omega_p(t - L/v_g - \tau)]\right)\right] + \\
& q_2\left[e^{\frac{\nu}{2}(t-L/v_g-(L-x)/v_T)} - e^{(\frac{\nu}{2}-\alpha)(t-L/v_g-(L-x)/v_T)} - \right. \\
& \int_{\frac{L-x}{v_T}}^{t-L/v_g} d\tau(\frac{L-x}{r_D})\frac{J_1(\omega_p\sqrt{\tau^2 - (\frac{L-x}{v_T})^2})}{\sqrt{\tau^2 - (\frac{L-x}{v_T})^2}} \cdot \\
& \left.\left.\left(e^{\frac{\nu}{2}(t-L/v_g-\tau)} - e^{(\frac{\nu}{2}-\alpha)(t-L/v_g-\tau)}\right)\right]\right\} \qquad (3.7)
\end{aligned}
$$

donde J_1 es la función de Bessel de primer orden.

En el límite $t \to \infty$ la fórmula (3.7) tiende a la expresión

$$e\Delta\overline{E}(x,t) = \frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}\frac{q_2}{1-(\Gamma r_D)^2}e^{-\Gamma L - \frac{L-x}{r_D}}, \qquad (3.8)$$

por lo que sumando las ecuaciones (2.6) y (3.8) obtenemos el campo electrostático estacionario total en la capa de plasma

$$
\begin{aligned}
e\overline{E}(x) \quad = \quad & \frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}q_2 \cdot \\
& \left\{\frac{1}{1-(\Gamma r_D)^2}\left(e^{-x/r_D} - e^{-\Gamma x}\right) + e^{-\Gamma L-(L-x)/r_D}\right\}. \qquad (3.9)
\end{aligned}
$$

Finalmente, de los resultados obtenidos en el caso de una capa de plasma, se puede decir que los procesos que surgen cerca de la frontera $x = L$ son similares a los procesos que surgen cerca de la frontera $x = 0$ analizados en el punto anterior.

4 Capa de plasma con corriente

Para que a través de una capa de plasma pueda fluir una corriente es necesario comunicar entre sí sus fronteras por medio de un conductor. En nuestro modelo unidimensional esto corresponde a elegir las condiciones de frontera adecuadas. Si despreciamos la resistencia del conductor entonces, toda la carga que surja en la frontera $x = L$ inmediatamente se transportará a la frontera $x = 0$ por eso, la densidad de electrones en la frontera $x = L$ deberá ser igual a cero y de acuerdo a la ecuación (1.6) la derivada del campo electrostático por las coordenadas tambien será igual a cero

$$n(L,t) = 0, \qquad (\partial \mathbf{E}/\partial x)_{x=L} = 0 \tag{4.1}$$

De la condición de conservación del número total de electrones dentro de la capa de plasma ($\int_0^L dxn(x,t)$: 0) y de las ecuaciones (1.5) y (1.6) tenemos que

$$v(0,t) = v(L,t), \qquad \mathbf{E}(0,t) = \mathbf{E}(L,t) \tag{4.2}$$

En el momento en que el frente de onda cruza a través de la frontera $x = 0$ de la capa de plasma la corriente no surge inmediatamente. Antes del tiempo $t_0 = L/v_g$ la corriente a través del plasma no puede surgir y por lo tanto es válida la solución de la ecuación (1.14) encontrada en el caso de un plasma semilimitado.

El espectro de Laplace para el campo electrostático obtenido de la ecuación (1.14) en el caso de una capa de plasma con corriente tiene la forma

$$e\Delta\mathbf{E}(x,t) = e\mathbf{E}_{SL} + e\Delta\mathbf{E}(x,t). \tag{4.3}$$

Donde el término adicional

$$\begin{aligned} e\Delta\mathbf{E}(x,t) &= -\frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2 r_D^2}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\alpha}\right)\frac{\frac{s}{v_g} + q_2}{\chi^2 - (\Gamma + \frac{s}{v_g})^2}\cdot \\ &\left\{e^{-\chi x} + \frac{1}{\cosh(\chi L) - 1}\left[\left(e^{-(\Gamma + s/v_g)L} - 1\right)\cosh[\chi(L-x)] \; + \right.\right. \\ &\left.\left.\frac{\Gamma + s/v_g}{\chi} e^{-(\Gamma + s/v_g)L}\left(sinh[\chi(L-x)] + \sinh(\chi x)\right)\right]\right\} \end{aligned} \tag{4.4}$$

En el caso estacionario, de la ecuación (4.4) obtenemos

$$\begin{aligned} e\Delta\mathbf{E}(x) &= -\frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}\frac{q_2}{1 - (\Gamma r_D)^2}\cdot \\ &\left\{e^{-\Gamma x} + \frac{1}{\cosh(L/r_D) - 1}\left[(e^{-\Gamma L} - 1)\cosh(\frac{L-x}{r_D}) \; + \right.\right. \end{aligned}$$

$$(\Gamma r_D)e^{-\Gamma L}\left(\sinh(\frac{L-x}{r_D})+\sinh(x/r_D)\right)\Big]\Big\} \tag{4.5}$$

Si de la misma forma que en el caso de una capa de plasma sin corriente suponemos que el amortiguamiento de la onda en el grosor de la capa es pequeño entonces, el campo dentro de la capa tambien es casi homogeneo y por lo tanto obtenemos el resultado del punto anterior (fórmula (3.6)).

De forma análoga a los puntos anteriores en el caso no-estacionario se obtiene una expresión en la cual aparecen términos con funciones de Heaviside con diferentes argumentos lo que indica, como se mencionó anteriormente que los efectos producidos por la onda de RF en el campo electrostático se desarrollan en diferentes tiempos característicos. Como se mostró en el caso de una capa de plasma sin corriente los procesos que surgen cerca de la frontera $x = L$ son similares a los procesos que surgen cerca de la frontera $x = 0$ y el término principal que determina la influencia de la frontera $x = L$ sobre el campo es el término proporcional a $\Theta(t - L/v_g - (L - x)/v_T)$. En el caso de una capa con corriente el término adicional correspondiente al término proporcional a $\Theta(t - L/v_g - (L - x)/v_T)$, en los límites considerados anteriormente tiene la forma

$$\begin{aligned} e\Delta E(x,t) &= -\frac{e^2\mathcal{E}_0^2}{4m\omega^2}v_T\Gamma e^{-\Gamma L-\frac{\nu}{2}(t-L/v_g)}\Theta(t-L/v_g-(L-x)/v_T)\cdot \\ & \int_{\frac{L-x}{v_T}}^{t-L/v_g} d\tau J_0\left(\omega_p\sqrt{\tau^2-(\frac{L-x}{v_T})^2}\right)\cdot \\ & \Big\{q_1\left[e^{(\frac{\nu}{2}-\alpha)(t-\tau-L/v_g)}-\cos[\omega_p(t-\tau-L/v_g)]\right]+ \\ & q_2\left[e^{\frac{\nu}{2}(t-\tau-L/v_G)}-e^{(\frac{\nu}{2}-\alpha)(t-\tau-L/v_g)}\right]\Big\}, \end{aligned} \tag{4.6}$$

donde $J_0(x)$ es la función de Bessel de orden cero.

De la última expresión podemos ver que la existencia de una corriente lleva al bloqueo de las perturbaciones excitadas en la frontera $x = L$ y las cuales como se mostró en el caso sin corriente se desplazan con la velocidad térmica de los electrones. Lo último se explica debido a que las perturbaciones de la concentración en la frontera $x = L$, debe ser igual a cero $n(L,t) = 0$.

Conclusiones

En conclusión podemos afirmar que en el proceso de penetración y el desplazamiento en el plasma de una onda de RF, sobre los electrones del plasma actuan tanto la fuerza promediada de Miller como la de impulsión. Estas fuerzas llevan a diferentes efectos los cuales surgen en diferentes momentos de tiempo.

La acción de la fuerza de Miller es mas determinante en el cruce del frente de onda y provoca que se exciten ondas longitudinales rápidas. Esto último se puede obtener tambien en el desplazamiento de paquetes de ondas a través del plasma lo cual represente gran interes con los métodos no convencionales de aceleración de partículas cargadas. En la frontera de plasma despues del paso del frente de onda se excitan ondas plásmicas amortiguadas de forma exponencial el campo de las cuales con el tiempo evoluciona a un campo de apantallamiento.

Si las dimensiones del plasma son menores que la longitud de amortiguamiento de la onda de RF ($2l\gamma/c < 1$), entonces es importante la influencia de la frontera $x = L$ de la capa de plasma. En el caso estacionario, si el amortiguamiento de la onda en el grosor de la capa es pequeño entonces, el campo dentro de la capa es casi homogéneo y el campo elecrostático en la capa es tal que su acción se compensa con la fuerza de impulsión.

Пn el caso de una capa de plasma con corriente en dependencia del tiempo característico del proceso, surgen fenomenos similares a los descritos en el caso de un plasma semilimitado ó una capa de plasma sin corriente. En el caso no-estacionario obtenemos que la existencia de una corriente lleva al bloqueo de las perturbaciones excitadas en la frontera $x = L$ y las cuales como se mostró en el caso sin corriente se desplazan con la velocidad térmica de los electrones.

Agradecimientos

Agradezco al grupo teórico de Física de Plasmas del ININ por sus valiosos comentarios hechos con respecto a este trabajo.

Referencias

1. Kuznetzov S.V., Fizica Plasmy, V.11, 430(1985)
2. Kuznetzov S.V., Sov.J.Plasma Phys., V.7, 740(1981)
3. Fainberg Ya., Fízica Plasm'i, V.13, 607(1987)
4. Gorbunov L.M. and Kirsanov V.I., Sov.Phys.-JETP, V.66, 290(1987)
5. Rosenbluth M.N. and Liu C.S., Phys.Rev.Lett., V.29, 701(1972)
6. Tajima T. and Dawson J.M., Phys.Rev.Lett., V.43, 267(1979)
7. Gorbunov L.M. and Gutiérrez C.R., Preprint No.269, Moscow, FIAN, 1987
8. C.Gutierrez-Tapia, Proc. IV Latin American Workshop on Plasma Phys., Buenos Aires, Arg., 269(1990)
9. Gorbunov L.M., Sov.Phys.-USPEKHI, V.16, 217(1973)

10. Gurevich L.E. and Rumiantzev A.A., Sov.Phys.-Solid State, V.9, 55(1967)

11. Rubinshtein E.A., Ucrainskii Fizicheskii Journal, V.17,1814(1972)

12. Kotsarenko N.Ya., Levitsky S.M., Fedorchenko A.M. and Virko V.F., Sov.Phys.-Technical Phys., V.12, 827(1967)

13. Gorbunov L.M. and Gutiérrez C.R., Sov. Phys.-Lebedev Institute Reports, No.7, 31(1986)

14. Gurevich L.E. and Travnicov V.C., Sov.Phys.-Solid State, V. ,