



RS06RA253

II JUGOSLOVENSKI SIMPOZIJUM IZ REAKTORSKE FIZIKE

SRF-2/7R

D. Obradović
Institut "B.Kidrič" - Vinča
PROBLEMI PROSTORNO-VREMENSKOG
PONAŠANJA NUKLEARNIH REAKTORA

HERCEG NOVI
Septembar 27-29
1966.

PROBLEMI PROSTORNO-VREMENSKOG PONAŠANJA NUKLEARNIH REAKTORA

Dat je pregled literature i matematičkih metoda koje se koriste prilikom tretiranja prostorno-vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora. Pregled literature ograničen je uglavnom na reaktore nulte snage. Ukazano je na još nerešene probleme i pravce u kojima su danas usmerena istraživanja u ovoj oblasti fizike nuklearnih reaktora.

I UVOD

Odredjivanje dinamičkog ponašanja nekog sistema može se vršiti na različite načine. Medjutim sve metode mogu da se svrstaju u tri grupe

- a) frekventna analiza
- b) analiza prelaza iz jednog stacionarnog stanja u drugo (analiza prelaznog režima)
- c) statistička analiza

Sa frekventnom analizom usko je povezan i pojam prenosnih funkcija. Koncept prenosnih funkcija nuklearnih reaktora /1/ vrlo je pogodan za

- analizu stabilnosti sistema korišćenjem već dobro poznatih analitičkih i grafičkih metoda /2, 3, 4/
- projektovanje sistema automatske kontrole /2, 3, 4/
- interpretaciju eksperimentalnih rezultata /5,6,7,8/

Naime, može se reći da je jedan od najvažnijih kinetičkih i dinamičkih istraživanja upoznavanje vremenskog ponašanja sistema pod različitim uslovima eksploatacije, kako bi se dobili neophodni elementi za projektovanje sistema automatske kontrole. Sinteza odgovarajućeg sistema automatske kontrole ide preko /3/:

- odredjivanja odgovarajućih kriterijuma i operacionih zahteva koje sistem mora zadovoljiti

- konstrukcije odgovarajućeg matematičkog modela, koji će opisivati dinamičko ponašanje pojedinih komponenti sistema. Model treba da bazira na matematičkim jednačinama koje treba da opisuju sistem i rezultatima dinamičkih eksperimenata

- analize dinamičkog modela u cilju odredjivanja stabilnosti sistema, kao i uticaja promene pojedinih parametara na stabilnost

- i na kraju sinteze kontrolnog sistema koji će prinuditi model da zadovolji postavljene kriterijume.

Iz izloženog se jasno ocrtava potreba za što potpunijim poznavanjem sistema i posedovanjem što adekvatnijeg matematičkog modela za sistem, kako bi se mogao ostvariti takav sistem automatske kontrole koji će pod najrazličitijim uslovima eksploatacije održavati sistem u željenim uslovima. Razvoj matematičkog modela i upoznavanje prirode sistema još više dolazi do izražaja kad se napomene da je eksperiment moguće prirediti samo na već sagrađenom sistemu. Recimo ovde još i to da je stabilnost reaktora vrlo osetljiv problem i da u tom pogledu ne može biti reči o tolerancijama, pa i najmanji zahtev u cilju poboljšanja stabilnosti može dovesti do znatnih izmena u konstrukciji sistema. No, međutim, upoznavanje procesa i usavršavanje teorijskih modela ide preko analize i interpretacije eksperimentalnih podataka dobijenih na već sagrađenim sistemima.

Uobičajeno je da se prenosne funkcije nuklearnih reaktora (ili vremensko ponašanje reaktora) odredjuju iz vremenski zavisne difuzione (ili transportne) jednačine, pošto se zavisnost od prostornih koordinata eliminiše pretpostavkom da ras-

podela fluksa u reaktoru sledi osnovni harmonik /9/. Reaktor se posmatra onda kao sistem sa koncentrisanim parametrima. Ovako dobijena prenosna funkcija daje izvanredno dobre rezultate na "niskim" učestanostima (učestanosti ispod nekoliko rad/s).

Medjutim, nuklearni reaktor nije sistem sa koncentrisanim parametrima, a pretpostavka da prostorna raspodela neutronske fluksa u reaktoru sledi osnovni harmonik predstavlja vrlo grubu aproksimaciju, koja je opravdana samo u ograničenom broju specijalnih slučajeva (stacionarno stanje, eksponencijalna promena neutronske populacije, dovoljno male perturbacije reaktorskih parametara tj. dovoljno spori prelazi iz jednog stacionarnog stanja u drugo). Rastojanje između "ulaza" i "izlaza" kao i njihov relativan položaj u sistemu mogu imati bitnog uticaja na pojačanje i fazu prenosne funkcije reaktora. Kada su u pitanju visoke učestanosti (učestanosti iznad nekoliko rad/s), ili brzi prelazi iz jednog stanja u drugo, za adekvatno opisivanje vremenskog ponašanja reaktora i interpretaciju eksperimentalnih rezultata potrebno je uzeti u obzir i uticaj viših harmonika (uticaj prostornih efekata). Uticaj prostornih efekata naročito dolazi do izražaja kod reaktora velikih geometrijskih dimenzija (reaktora čije su geometrijske dimenzije znatno veće od srednje dužine slobodnog puta za neutrone), kao i kod višezonih reaktora.

Savremena energetska nuklearna postrojenja u svom sastavu imaju reaktore vrlo velikih dimenzija, kod kojih su prostorni efekti naročito izraženi. Ovi efekti mogu imati bitan uticaj na stabilnost sistema, pa prema tome i na konstrukciju sistema automatske kontrole. Dalje, kod nekoliko eksperimentalnih tehnika za merenje nekih osnovnih parametara reaktorskog jezgra i verifikaciju egzaktnosti teorijskih modela dolazi do

bitnog uticaja prostornih harmonika, pa je za interpretaciju eksperimentalnih podataka o njima neophodno voditi računa (ovde se imaju u vidu modulaciona metoda, impulsna metoda, metoda ubacivanja šipki i izvora, analiza šumova). Zbog toga su danas istraživanja u oblasti kinetike i dinamike nuklearnih reaktora i usmerena u pravcu prevazilaženja modela sa koncentrisanim parametrima (prostorno nezavisnog modela, modela jedne tačke) i iznalaženju što adekvatnijih teorijskih modela. Teorijski prilaz proučavanju prostornih efekata moguć je sa različitih aspekata, pa je zbog toga u literaturi razvijeno više, mahom numeričkih metoda. No, sve one mogu da se svrstaju u tri grupe

- 1) Adijabatska metoda
- 2) Nodalna analiza
- 3) Modalna analiza

II ADIJABATSKA METODA

U slučaju kada su perturbacije parametara jezgra nuklearnih reaktora dovoljno male, tako da se oblik prostora ne raspodele neutronskog fluksa ne menja sa vremenom, može se izvršiti razdvajanje prostornih i vremenskih koordinata. U tom slučaju je vremensko ponašanje reaktora opisano uobičajenim prostorno-nezavisnim kinetičkim jednačinama /9/:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{k_{ef}(1-\beta)-1}{\ell} n + \sum_i \lambda_i c_i + S \\ \frac{dc_i}{dt} &= \frac{\beta_i k_{ef}}{\ell} n - \lambda_i c_i \end{aligned} \quad 2.1$$

gde je

- n- neutronska populacija
- k_{ef} - efektivni faktor umnožavanja
- ℓ - vreme života trenutnih neutrona
- c_i - koncentracija emitera zakasnelih neutrona
- λ_i - konstanta raspada emitera zakasnelih neutrona
- β_i - prinos zakasnelih neutrona ($\beta = \sum_i \beta_i$)

Medjutim prostorni oblik neutronskog fluksa, kod prelaza iz jednog stacionarnog stanja u drugo, uvek se menja sa vremenom. Posledica ove promene je da su parametri u jednačinama (2.1) k_{ef}, β, ℓ , funkcije vremena; no, i pored toga oblik kinetičkih jednačina ostaje nepromenjen. Pa je logičan put za poboljšanje prostorno nezavisnog modela uzimanje u obzir ove vremenske zavisnosti kinetičkih parametara. Jedan od mogućih prilaza ovom problemu je adijabatska metoda.

Suština adijabatske metode sastoji se u tome da se iz serije statičkih proračuna odredi trenutni prostorni ob-

lik raspodele neutronskeg fluksa, koji odgovara trenutnim vrednostima nuklearnih parametara reaktorskog jezgra. Zatim se za tako dobijene prostorne raspodele neutronskeg fluksa odrede odgovarajući parametri koji ulaze u kinetičke jednačine (2.1), k_{ef} , β , ℓ . Sa tako odredjenim parametrima se onda sukcesivno određuje vremensko ponašanje fluksa u reaktoru.

Prema tome adijabatska metoda bazira na pretpostavci da prostorna raspodela fluksa u reaktoru trenutno prati promene u nuklearnim svojstvima reaktorskog jezgra (pa se adijabatska metoda naziva još i metoda trenutnog iskrivljenja, instantaneous tilt method). Medjutim zbog postojanja zakasnelih neutrona promene prostorne raspodele neutronskeg fluksa, kao i ukupni nivo snage u reaktoru, nešto zaostaju za promenama u nuklearnim svojstvima /11, 12, 13/. Zbog toga je primenljivost ove metode ograničena naročito kada su u pitanju reaktori velikih geometrijskih dimenzija.

III NODALNA ANALIZA

Osnovna ideja ove metode sastoji se u tome da se reaktor izdeli na konačan broj oblasti (nadova) i odredi vremensko ponašanje nekog srednjeg fluksa u svakoj oblasti. Metoda konačnih razlika kod koje se pretpostavlja da su oblasti veoma male i gusto pakovane pretstavlja granični slučaj nodalne analize.

Kada je reaktor podeljen na nekoliko velikih oblasti nameće se potreba za određivanjem parametara interakcije pojedinih oblasti (parametri isticanja neutrona iz jedne oblasti u drugu). Uobičajena su dva prilaza ovom problemu:

- Avery-eva teorija spregnutih reaktora, kada se problem svodi na određivanje "uzajamnih faktora umnožavanja" /15/

- Wachpress-ova višekanalna sinteza fluksa, kada se problem svodi na određivanje "prenosnih koeficijenata kanala" /16, 17/.

Nodalnu analizu primenio je G.C.Baldvin /18/ za opisivanje prostorno vremenskog ponašanja reaktora ARGONAUT, a R.A. Danofsky i R.E.Uhrig /19/ i A.Belloni-Morante /20/ za opisivanje prostorno-vremenskog ponašanja neutronske fluksa kod reaktora UTR-10. Za opisivanje vremenskog ponašanja reflektovanih reaktora nodalnu analizu iskoristili su C.E.Cohn /21/ i W.R. Keatin i W.C.Griffin /22/. R.L.Seal /23/ primenio je Avery-ovu teoriju za određivanje prenosnih funkcija reaktora koji se sastoje od više slabospregnutih jezgara, dok su, metodu za računanje interakcionih koeficijenata razvili G.E.Hansen i A.A. Sandmayer /24/. P.T.Hansson i L.R.Foulke /25/ iskoristili su metodu konačnih razlika za interpretaciju eksperimentalnih rezultata dobijenih prilikom merenja frekventnog odziva reaktora

NORA. U slučaju kada su "ulaz" i "izlaz" bliski (njihovo rastojanje manje od oko 50 cm) slaganje između teorijski i eksperimentalno dobijenih rezultata je samo kvalitativno.

J.B.Yasinski i A.F.Henry u radu /26/ vršili su numeričko poredjenje rezultata dobijenih primenom prostorno nezavisnog modela, adijabatske metode i nodalne analize. Poredjenja su vršena za dva tipa reaktora sa slabo i jako spregnutim nodovima. Oni su pokazali da prostorno nezavisni model daje vrlo slabe rezultate, da adijabatska metoda daje znatno bolje rezultate od prostorno nezavisnog modela, ali i nešto slabije rezultate od nodalne analize.

Primena nodalne analize znači kvalitativan skok u odnosu na adijabatsku metodu. Međutim, zbog obimnosti računskih operacija zahtevaju se brze računске mašine velikog kapaciteta, pa se zbog toga prilikom računanja obično koristi samo jedna prostorna koordinata i samo jedna energetska grupa neutrona /10/.

IV MODALNA ANALIZA

Modalna analiza je svakako najpogodnija metoda i metoda koja najviše obećava u analizi prostorno-vremenskog ponašanja reaktora. Osnovna ideja ove metode sastoji se u aproksimiranju nepoznate prostorno vremenske funkcije linearnom kombinacijom poznatih prostornih funkcija (modova, harmonika) sa nepoznatim vremenski zavisnim koeficijentima

$$\phi(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N A_n(t) \psi_n(\vec{r}) \quad 4.1$$

Prostorni deo problema sastoji se u odabiranju ili konstrukciji harmonika, dok se vremenski deo problema sastoji u određivanju vremenski zavisnih koeficijenata.

Od više verzija ove metode najpogodnije je razvijanje po svojstvenim funkcijama. Moguće je odabrati nekoliko tipova svojstvenih funkcija

- svojstvene funkcije reaktivnosti (ili λ -modovi)
- svojstvene funkcije periode (ili ω -modovi)
- prostorne svojstvene funkcije

Razvoj po svojstvenim funkcijama reaktivnosti diskutovao je L.N.Usačov /27/, dok je razvoj po svojstvenim funkcijama periode diskutovao R.Cohn /28/. Razvoj po prostornim svojstvenim funkcijama pruža najviše mogućnosti, zbog mogućnosti odabiranja različitih prostornih harmonika. Međutim, do sada je skoro isključivu primenu našao razvoj po svojstvenim funkcijama Helmholtz-ovog operatora sa Dirichlet-ovim graničnim uslovima. Ovaj postupak razradjen je u radovima H.L.Garabedian-a /29,30/ i W.Loewe-a /31/.

Kod modalne analize je ustvari najveći problem odabiranje takvih prostornih harmonika koji obezbeđuju najbržu

konvergenciju. U radu /32/ S.Kaplan je pokazao da ako se prostorni harmonici odaberu tako da su u razvoju (4.1) za $N = K$ i za $N = K + M$ koeficijenti $A_1(t), \dots, A_K(t)$ isti (tj. koeficijenti u razvoju su isti nezavisno od toga koliko broj harmonika se uzima u obzir - property of finality) obezbedjuje se najbrža konvergencija.

Za odredjivanje odziva reaktora nulte snage na oscilovanje apsorbera u reaktorskom jezgru modalnu analizu primenili su A.Weinberg i H.Schweinler /33/ još 1949.god. Za odredjivanje prenosnih funkcija nuklearnih reaktora modalnu analizu primenili su A.Takeda /34/ i C.B.Guppy /35/. U cilju odredjivanja prenosnih funkcija i rasprostiranja "neutronske talase", kada je pobudna funkcija promena intenziteta spoljnog neutronske izvora modalnu analizu za Fermi-ev model usporavanja primenili su Ch.D.Kylstra i R.E.Uhrig /36/ a u P_1 aproksimaciji G.Mortensen i H.Smith /37, 38/.

Primena razvoja po svojstvenim funkcijama daje izvanredne rezultate mada sa matematičke tačke gledišta nije u potpunosti rešeno pitanje potpunosti i prirode skupa svojstvenih funkcija. Rešavanju ovog problema G.Birkhoff prilazi primenom metoda apstraktne algebre (teorije grupa i teorije rešetki) /39,40/, dok I.A.Bahtin /41/ koristi topološke metode M.A.Martino /42, 43/, izučavajući spektralna svojstva difuzionog operatora dolazi do značajnih zaključaka o identičnosti spektra difuzionog i njemu konjugovanog operatora.

Već je rečeno da razvoj po svojstvenim funkcijama nije jedina varijanta modalne analize. Tako je varijacioni račun, koji je u reaktorsku fiziku uveo D.S.Selengut /44/, našao vrlo široku primenu u izučavanju prostorno-vremenskog ponašanja reaktora. U radovima J.Lewinsa /45,46/, A.N.Nohavandi-a i R.F.Van Hollen-a /47/, W.H.Köhler-a /48/, G.P.Pom-

raninga /49/ i dr. D.E. Dougherty i C.N. Shen /50/ primenom varijacionog principa vremenski zavisnu difuzionu jednačinu izrazili su u integralnom obliku, a potom integraciono jezgro - "Green-ovu funkciju" - razvili po prostorima modovima, pošto su predhodno reaktor izdelili na zone. U radovima S.Kaplana i dr. /51,52/ razvijena je, tzv. metoda prostorno vremenske sinteze fluksa. Naime pretpostavljeno je da se zavisnost neutronskog fluksa od prostora i vremena u prelaznom režimu može izraziti linearnom kombinacijom neutronskih flukseva u početnom (ϕ_i) i krajnjem (ϕ_f) stanju

$$\phi(\vec{r}, t) = a_i(t)\phi_i(\vec{r}) + a_f(t)\phi_f(\vec{r}) \quad 4.2$$

Vremenski zavisni koeficijenti odredjuju se primenom varijacionog računa. M.Becker /53/ je pokazao da metoda prostorno vremenske sinteze fluksa koju su predložili S.Kaplan i dr. ima dublju matematičku podlogu nego što je to u prvih mah izgledalo.

T.Goshino i dr. /54/ su vremenski zavisnu difuzionu jednačinu primenom Laplace-ove transformacije preslikali na kompleksnu ravan i tako dobijenu jednačinu rešavali razvojem u Neumann-ov red. Njihova metoda omogućuje relativno brzu konvergenciju i ne zahteva direktno računanje svojstvenih vrednosti operatora.

Modalna analiza još nije dala poslednju reč, još uvek se radi na razvoju ove analize, a i iz objavljenih radova ne može se još doći do zaključka kojoj od varijanti ovoga prilaza dati prednost.

V DISKUSIJA

Napred su izložene tri metode (adijabatska metoda, nodalna i modalna analiza) koje se danas koriste za izučavanje prostorno-vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora. Mada još uvek nije stečeno dovoljno iskustvo u primeni ovih metoda ipak se mogu izvući neki najopštiji zaključci. Uobičajeni prostorno nezavisni model, iako još uvek ima široku primenu, predstavlja vrlo grubu aproksimaciju i u pogledu tačnosti daje vrlo slabe rezultate. Adijabatska metoda, kao logičan razvoj prostorno nezavisnog modela, u samoj osnovi ne leži na egzaktnim fizičkim pretpostavkama, što joj samim tim ograničava tačnost. Dalje, za komplikovanije geometrije reaktorskog jezgra primena adijabatske metode zahteva veliki broj statičkih proračuna što znatno poskupljuje primenu metode. U pogledu tačnosti ova metoda predstavlja kvalitativan skok u odnosu na prostorno nezavisni model, ali i daje znatno slabije rezultate od nodalne i modalne analize.

Nodalna analiza postala je privlačna zbog svoje jednostavnosti čak kada je u pitanju i više kola povratne sprege. Najveću teškoću kod primene ove metode predstavlja računanje interakcionih koeficijenata između nodova. S obzirom na mogućnost odabiranja velikog broja nodova uvek se u primeni ove metode može postići željena tačnost. No, u tom slučaju se zahtevaju vrlo brzi računari velikog kapaciteta, pa primena metode postaje ekonomski neopravdana.

Za tretiranje prostorno-vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora najčešće se koristi modalna analiza. Prema postojećim numeričkim podacima izgleda da ova metoda daje najbolje rezultate uzimajući u obzir željenu tačnost i cenu

koštanja proračuna. Međutim, u pojedinim slučajevima računanje koeficijenata razvoja postaje vrlo teško ili se pak zahteva, za dobru tačnost, veliki broj modova. Međutim, današnje tendencije u istraživanjima u ovoj oblasti idu u smeru iznalaženja takvih razvoja koji će obezbediti znatno bržu konvergenciju, nego što je to danas slučaj.

Na kraju, kao najopštiji zaključak može se reći da je rad na izučavanju prostorno vremenskog ponašanja nuklearnih reaktora poslednjih nekoliko godina bio vrlo intenzivan i da su postignuti značajni rezultati. Međutim, veći na objavljenih radova tretira obično samo jednu prostornu koordinatu i slučajeve bez povratnih sprega (reaktore nulte snage). Sa izuzetkom ksenonske povratne sprege koja je u literaturi dosta iscrpno tretirana, o uticaju ostalih povratnih sprega (temperaturnih, hidrauličkih, ključanja, i td.) postoji vrlo malo (svega nekoliko) objavljenih radova. Još uvek ne postoji dovoljno numeričko, a ni eksperimentalno, iskustvo u pogledu primene pojedinih metoda tako da se ni jednoj metodi ne može dati isključiva prednost.

VI LITERATURA

1. Franz, J.P., "Pile Transfer Functions", AECD-3260 (1949)
2. Truxal, J., "Control Engineers' Handbook", McG.Hill.Comp. N.Y. (1958).
3. M'Pherson, "The Use of Complex Plane Method in the Analysis of Plant Dynamics and the designe of Automatic Control System, AEEW-R120 (1961).
4. M'Pherson, P.K., "The role of the Dinamic Model in Nuclear Reactor Control Studies" AEEW-r 121 (1961).
5. PROCEEDINGS of the Conference on TRANSFER FUNCTION MEASUREMENTS and REACTOR SABILITY ANALYSIS, ANL-6205 (1960)
6. D.Obradović, "Merenje reaktivnosti", magistarski rad, IBK-252
7. M.Petrović, D.Obradović, "Prenosne funkcije nuklearnih reaktora", IV kongres matematičara, fizičara i astronoma Jugoslavije, Sarajevo, 1965, IBK-277.
8. D.Obradović, M.Petrović, "Measurement of Low Reactivities Using a Reactor Oscillator", biće objavljeno u Biltenu Instituta za nuklearne nauke "Boris Kidrič", IBK-384
9. Henry, A.F., Nucl.Sci. Eng. 3 (1958) 52
10. Kaplan S. i dr., "Space - Time Reactor Dynamics", A (conf 28) P-271 (maj 1964)
11. Radkowsky A., "Naval Reactor Physics Handbook", poglavlje "Reactor Kinetics", USAEC, 1964.
12. Henry, A.F., Curlee, N.J., Nuclear Sci.Eng, 4 (1958) 272
13. Curlee, N.J., Nucl.Sci. Eng., 6 (1959), 1
14. Kaplan S., Margolis, S.G., Nucl.Sci. Eng., 7 (1960) 277
15. Avery R., "Theory of Coupled Reactors", A (Conf 15) P-1858 (1958)
16. Wachpres, E.L., "Digital Computation of Space-Time Variation of Neutron Fluxes", KAPL-2090 (1960)
17. Wachspres, E.L., i dr., Nucl.Sci.Eng., 12 (1962) 381
18. Baldwin, G.C., Nucl.Sci.Eng., 6 (1959) 320
19. Danofski, R.A., Uhrig, R.E., Nucl.Sci. Eng., 16 (1963) 131
20. Cohn,C.E., Nucl.Sci.Eng., 13 (1962) 12
21. A. Belleni-Morante, J.Nucl.Eng. part A/B, 18 (1964)547

22. Keaten, W.R., Griffin, W.C., "Reflected Reactor Kinetics", NAA-SR-7263 (1963)
23. Seal, R.L., "Coupled Core Reactors", LAMS-2697 (1964)
Investigation of Coupled Rover Cores", LAMS-2698
24. Hansen, G.E., Sandmeir, H.A., Nucl. Sci. Eng., 22 (1965) 315
25. Hansson, P.T., Foulke, R.L., Nucl. Sci. Eng., 17 (1963) 528
26. Yasinsky, J.B., Henry, A.F., Nucl. Sci. Eng., 22 (1965) 171
27. Usačev, L.N., "Uravnjenije dlja cenosti nejtronov, kinetika reaktora i teorija vozmaščenij" u zborniku "Reaktorostrojenije i teorija reaktorov", str. 251, Moskva 1955 (referat na prvoj ženevskoj konferenciji 1955.god.)
28. Cogn R., "Some Topics in Reactor Kinetics", A (Conf.15)
P- (1958)
29. Garabedian, H.L., A. Foderaro, Nucl. Sci., Eng., 8 (1960) 44
30. Garabedian, H.L., u zborniku "Proceedings of Simposia in Applied Mathematics", Vol IX (1961), ruski prevod st.248
31. Loewe, E.W., Nucl. Sci. Eng., 21 (1965) 536
32. Kaplan S., Nucl. Sci. Eng., 9 (1961) 357
33. Weinberg A., Schweinler, H.C., Phys. Rev., 74 (1948) 851
34. Takeda A., "A Method of Analysis of Reactor Spatial Kinetics of Colder Hall Type Reactors" i "A Study of the Transfer Functions of Spatial Kinetics in the Nuclear Reactor", AERE-trans-888 (1962)
35. Guppy, C.B., "Transfer Function Syntesis for Reactor Spatial Dynamics Using the modal Approach", AEEW-R 197 (1962)
36. Ch. Kylstra, R. Uhrig, Nucl. Sci. Eng., 22 (1965) 191
37. Mortensen, G.A., Ph.D. Thesis (1963)
38. Mortensen, G.A., H.P. Smith, jr., Nucl. Sci. Eng., 22 (1965) 321
39. G. Birkhoff, "Reactor Criticality in Transport Theory", Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. 45 (1959) 567
40. G. Birkhoff, u zborniku "Proceedings of Simposia in Applied Mathematics", Vol. IX, 1961, ruski prevod, st.132
41. I.A. Bahtin, Dokladi akad. nauk SSSR, 167 (1966) 16
42. M.A. Martino, "Coserning Multigroup Diffusion Operator", KAPL-1864

43. G.I.Gabetler, M.A.Martino, u zborniku "Proceedings of Symposia in Applied Mathematics", Vol.IX, 1961, ruski prevod, s. 145
44. D.S. Delengut, "Variational Analysis of Multi-Dimensional System" HW-59 126, str. 89
45. J.Lewins, Nucl.Sci. Eng., 8 (1960) 95
46. J.Lewins, Nucl. Sci. Eng., 9 (1961) 399
47. A.N.Nahavandi, R.F.Van Hollen, Nucl. Sci. Eng., 18, 1964, 335
48. W.H.Köhler, Nukleonik 8, 1966, 203
49. G.C.Pomraning, Nucl.Sci. Eng., 24, 1966, 291
50. D.F.Dougherty, C.N.Shen, Nucl.Sci.Eng., 13, 1962, 141
51. Kaplan S., J.A.Bewick, "Space and Time Syntesis by the Variational Method", WAPD-BT-28 (1963)
52. S.Kaplan, J.A.Bewick, O.J.Marlowe, Nucl.Sci.Eng., 18, 1964, 163
53. M.Becker, Nucl.Sci.Eng., 22 (1965) 384
54. T.Hoshino, J.Wakabayashi, S.Hayashi, Nucl.Sci.Eng., 23, 1965, 170.