

N. DINIĆ, Ž. KOSTIĆ, M. JOSIPOVIĆ

Institut za nuklearne nauke  
"Boris Kidrič", V i n č a

11001 Beograd, Poš. fah 522

MODEL TERMIČKOG I MEHANIČKOG PONAŠANJA  
GORIVNOG ELEMENTA U STACIONARNIM  
REŽIMIMA - TEDEF

MATHEMATICAL MODEL OF THERMAL AND MECHANICAL  
STEADY STATE FUEL ELEMENT BEHAVIOUR  
TEDEF

**SADRŽAJ:** U radu je prikazan matematički model toplotnog i termomehaničkog ponašanja gorivnog elementa cilindrične geometrije od metalnog uranijuma. Dat je numerički postupak i računarski program za određivanje stacionarnog temperaturnog polja i termičkih naprezanja u gorivnom elementu. Razvijeni model predstavlja drugu fazu rada na ovoj problematici, a može biti primenjen i za analizu ponašanja gorivnog elementa energetskih nuklearnih reaktora.

**ABSTRACT:** In this paper a numerical model of thermal and thermomechanical behaviour of a cylindrical metal uranium fuel element is described. Presented are numerical method and computer program for solving the stationary temperature field and thermal stresses of a fuel element. The model development is a second phase of analysis of these phenomena, and may as well be used for analysing power nuclear reactor fuel elements behaviour.

## 1. U V O D

U radu /1/ razvijen je matematički model termomehaničkog ponašanja cilindričnog gorivnog elementa od metalnog uranijuma u oblasti elastičnosti materijala. Pri tome su dobijena naprezanja materijala pokazala da se mora uzeti u razmatranje i oblast plastičnih deformacija materijala gorivnog elementa. Zbog

toga je u okviru ovoga rada analiza termomehaničkog ponašanja istog gorivnog elementa proširena i na oblast plastičnih deformacija materijala gorivnog elementa.

## 2. MATEMATIČKI MODEL

Razmatrani gorivni element prikazan je šematski na sl. 1, a njegov detaljan opis dat je u radu /1/.

Prvi korak matematičkog modeliranja toplotnog i termomehaničkog ponašanja gorivnog elementa predstavlja određivanje temperaturnog polja u gorivu i košuljici. Pri tome se polazi od Fourier-ove jednačine:

$$\operatorname{div}(k_i \operatorname{grad} T_i) + q_i = 0, \quad i = g, k \quad (1)$$

i graničnih uslova:

$$\left. \frac{\partial T_g}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (2)$$

$$T_k(r) \Big|_{r=r_g} = T_g(r) \Big|_{r=r_g} \quad (3)$$

$$-k_g 2\pi r \left. \frac{dT_g}{dr} \right|_{r=r_g} = -k_k 2\pi r \left. \frac{dT_k}{dr} \right|_{r=r_g} \quad (4)$$

$$-k_k 2\pi r \left. \frac{dT_k}{dr} \right|_{r=r_k} = h_{if} (T_f - T_k) \Big|_{r=r_k} \quad (5)$$

Koeficijent prelaza toplote sa košuljice na hladilac koji struji kroz anulus, određuje se korišćenjem Ditus-Boetlerove relacije:

$$h_{if} = \frac{\xi/8 \operatorname{Re}Pr}{S+4,5\sqrt{\xi(Pr^{2/3}-1)}} \left(1 - \frac{0,45}{Pr+2,4} \frac{r_k}{r_g} \right)^n \frac{k_f}{d_e} \quad (6)$$

pri čemu je:

$$n = \frac{0,16}{Pr^{0,15}}$$

$$\xi = \frac{1}{(1,82 \log \operatorname{Re} - 1,64)^2}$$

$$S = 1 + 900/k_e$$

Drugi korak matematičkog modela je određivanje polja naponskog stanja materijala gorivnog elementa.

Pošto se razmatra generalizovani ravanski problem, pretpostavlja se da je za sve vrednosti radijusa:

$$\varepsilon_z = \text{const} \quad (7)$$

Jednačine ravnoteže i kompatibilnosti su:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0 \quad (9)$$

Veze između napona i deformacija (generalisani Hooke-ov zakon) su:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \alpha_r T + \varepsilon_r^P + \Delta \varepsilon_r^P \quad (10)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] + \alpha_\theta T + \varepsilon_\theta^P + \Delta \varepsilon_\theta^P \quad (11)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] + \alpha_z T + \varepsilon_z^P + \Delta \varepsilon_z^P \quad (12)$$

Efektivni ili ekvivalentni napon se određuje korišćenjem relacije:

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2} \quad (13)$$

a efektivna ili ekvivalentna plastična deformacija određuje iz izraza:

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{2}{3} \sqrt{(\Delta \varepsilon_r^P - \Delta \varepsilon_\theta^P)^2 + (\Delta \varepsilon_\theta^P - \Delta \varepsilon_z^P)^2 + (\Delta \varepsilon_z^P - \Delta \varepsilon_r^P)^2}^{1/2} \quad (14)$$

Iz Prantl-Reuss-ovih jednačina dobija se:

$$\Delta \varepsilon_i^P = \frac{3}{2} \frac{\Delta \varepsilon^P}{\sigma_e} S_i \quad (15)$$

gde je

$$S_i = \sigma_i - \frac{1}{3}(\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z) \quad (16)$$

$$i = r, \theta, z$$

### 3. NUMERIČKI POSTUPAK

Temperatursko polje u gorivu i košuljici dobija se rešavanjem Furijeve jednačine (1), metodom konačnih razlika uz poznate granične uslove (2-5). Nodalizacija goriva i košuljice vrši se tako što se oni podele na N-1 anularnih podoblasti sa N čvornih tačaka.

Pri izvodjenju diskretizacione jednačine nije postavljen uslov niti je uvedena neka pretpostavka o metodi rešavanja sistema jednačina po nodovima. Stoga je moguće primeniti bilo koji pogodan metod s obzirom na neuslovljenost njegovog izbora pri rešavanju Furijeve jednačine.

Sa tako odredjenim temperaturnim poljem u gorivu i košuljici prelazi se na izračunavanje naprezanja za sve nodalne tačke. Primenjen je metod sukcesivnih aproksimacija. Kriva opterećenja, posle granice razvlačenja je podeljena (sl. 2.) na niz elastičnih deformacija.

Kao prvi korak se pretpostavljaju relativne plastične deformacije  $\Delta \epsilon_r^p$ ,  $\Delta \epsilon_\theta^p$  i  $\Delta \epsilon_z^p$ , dok su ukupne relativne plastične deformacije  $\epsilon_r^p$ ,  $\epsilon_\theta^p$  i  $\epsilon_z^p$  jednake null. Sukcesivnom primenom jednačine:

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{bmatrix}_{j+1} = [L(j)] \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{bmatrix}_j + [M(j)] \quad (17)$$

dobijaju se naponi u svakoj nodalnoj tački. Relativne deformacije se određuje iz jednačina 10, 11, i 12. Koristeći pretpostavljene relativne plastične deformacije  $\Delta \epsilon_r^p$ ,  $\Delta \epsilon_\theta^p$  i  $\Delta \epsilon_z^p$  iz jednačine (14) se izračunava efektivna plastična deformacija. U sledećem koraku sa krive opterećenja (sl. 2.) se dobija efektivni napon  $\sigma_e$ . Iz Prantl-Reuss-ovih relacija se određuju nove relativne plastične deformacije  $\Delta \epsilon_r^p$ ,  $\Delta \epsilon_\theta^p$  i  $\Delta \epsilon_z^p$ .

Sa tako novo dobijenim vrednostima  $\Delta \epsilon_r^p$ ,  $\Delta \epsilon_\theta^p$  i  $\Delta \epsilon_z^p$  se ponovo izračunavaju naponi i relativne deformacije. U ovom koraku su za početne vrednosti relativnih plastičnih deformacija uzete pretpostavljene vrednosti  $\Delta \epsilon_r^p$ ,  $\Delta \epsilon_\theta^p$  i  $\Delta \epsilon_z^p$  iz prethodnog koraka. Istim postupkom kao iz prvog koraka se izračunaju  $\Delta \epsilon_p$  i  $\sigma_e$ , a koristeći Prantl-Reuss relacije dobijaju se nove vrednosti za  $\Delta \epsilon_r^p$ ,  $\Delta \epsilon_\theta^p$  i  $\Delta \epsilon_z^p$ . Postupak se nastavlja svedok razlike izmedju dva sukcesivna skupa relativnih deformacija ne budu manje od unapred predvidjenih vrednosti.

Blok šema celokupnog programa TEDEF data je na sl. 3.

## 4. REZULTATI PRORAČUNA

Na slici 1. data je temperaturska raspodela u gorivu i košuljici. Vidi se da je maksimalna temperatura košuljice na kontaktu sa rashladnim fluidom ispod temperature pri kojoj dolazi do intezivne hemijske reakcije između aluminijuma i vode.

Na slici 4. prikazani su rezultati proračuna naprezanja za oblast nadelastičnog ponašanja gorivnog materijala za slučaj temperaturske zavisnosti  $\alpha$ ,  $E$  i  $\nu$  i anizotropije urana u odnosu na koeficijent termičkog širenja.

## 5. ZAKLJUČAK

U okviru ovog rada razvijen je matematički model i računarski program TEDEF za određivanje stacionarnog temperaturskog polja i termičkog naprezanja u gorivu i košuljici cilindričnog gorivnog elementa.

Razvijeni računarski program TEDEF je primenjen za analizu ponašanja cilindričnog gorivnog elementa od metalnog uranijuma. Za datu gustinu generacije snage u gorivnom elementu i protok hlađioca dobijeno je da termička naprezanja ne prelaze granicu zatezne čvrstoće.

## 6. L I T E R A T U R A

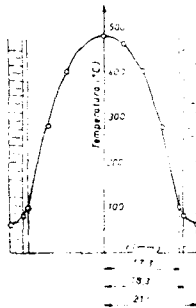
1. Nikola Dinić, Života Kostić, Matematički model termičkih naprezanja u gorivnom elementu, XXX Jugoslovenska konferencija, ETAN, Herceg Novi, 1986.
2. Frap-T5: "Computer code for the transient analysis of oxide fuel rods", Idaho Falls, 1979.
3. Nobuaki Ohnishi, Kiyomi Ishijima, Sadamitsu Tanzawa, A study of Subcooled film - boiling heat transfer Under reactivity-Initiated accident conditions in light water reactors, Nuclear Science and engineering, Vol 88, 331-341, 1984.
4. H. Hughes, T. J. Haste, Fuel rod behaviour during transients, ND-R-702(S), AERE, Harwell, 1981.

## 7. NOMENKLATURA

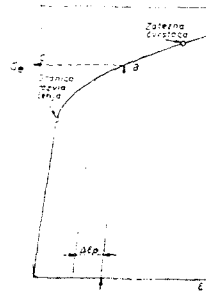
- $\alpha$  - koeficijent termičkog širenja,
- E - modul elastičnosti,
- $\nu$  - Poisson-ov koeficijent
- $\epsilon$  - relativna deformacija
- $\sigma$  - normalni napon
- k - toplotna provodnost
- $h_{1f}$  - koeficijent prelaza toplote

## I n d e k s i

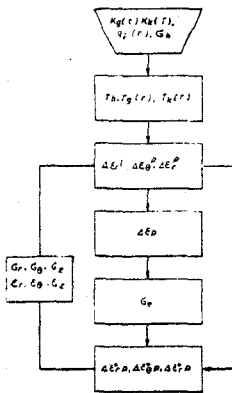
- g - gorivo
- k - košuljica
- e - efektivna vrednost
- r - u radijalnom pravcu
- $\theta$  - u cirkulacionom pravcu
- z - u aksijalnom pravcu
- p - plastična deformacija



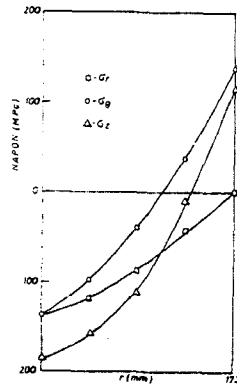
SI 1 RASPODELA TEMPERATURE U GORIVU I KOŠULJICI



SI 2 IZRAČUNAVANJE  $G_e$  POMOĆU  $\Delta \epsilon_p$



SI 3 BLOK ŠEMA PROGRAMA TEDEF



SI 4 RASPODELA TERMIČKIH NAPREZANJA U GORIVNOM ELEMENTU