

P4-2006-137

В. Л. Аксенов, В. К. Игнатович, Ю. В. Никитенко

ОТРАЖЕНИЕ НЕЙТРОНОВ ОТ ГЕЛИКОИДАЛЬНОЙ
СИСТЕМЫ

Направлено в журнал «Поверхность. Рентгеновские, синхротронные
и нейтронные исследования»

Аксенов В.Л., Игнатович В.К., Никитенко Ю.В.
Отражение нейтронов от геликоидальной системы

P4-2006-137

Найдены аналитические выражения для отражения и пропускания нейтронов магнитными зеркалами с геликоидальной намагниченностью. Приведены кривые отражения с переворотом и без переворота спина нейтронов. Исследованы резонансные свойства геликоидальных систем.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И.М.Франка ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2006

Aksenov V.L., Ignatovich V.K., Nikitenko Yu.V.
Reflection of Neutrons from a Helicoidal System

P4-2006-137

Analytical solution for neutron reflection and transmission of magnetic mirrors with helicoidal magnetization is found. The dependence on neutron speed of reflection and transmission curves is shown. Resonant properties of helicoidal systems are found.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2006

ВВЕДЕНИЕ

Искусственные слоистые структуры проявляют магнитные свойства, не обнаруживаемые в объемных естественных магнетиках [1]. В этой связи геликоидальная магнитная структура представляет несомненный интерес. Этот интерес, во-первых, связан с открывающимися новыми возможностями в разработке компактных устройств, предназначенных для создания коллимированных, монохроматичных и поляризованных пучков нейтронов. Во-вторых, геликоидальная структура, являясь в плоскости вращения намагниченности антиферромагнитной при толщине больше пространственного периода геликоида, может в контакте с магнитными, немагнитными и сверхпроводящими слоями образовывать структуры с необычными свойствами [2]. Так, например, в случае контакта со сверхпроводником следует ожидать установления при определенных условиях сверхпроводимости в геликоиде. При контакте с ферромагнетиком или истинным антиферромагнетиком также следует ожидать новых пространственных изменений намагниченности [3]. Заметим, что геликоидальную структуру можно создать в слоистой структуре с различной магнитной жесткостью составляющих ее слоев. Жесткость же слоев можно варьировать, например, если изменять процентное содержание атомов никеля и железа в железо-никелевом твердом растворе.

Рассмотрим плоское зеркало, помещенное во внешнее однородное магнитное поле \mathbf{B}_0 . Ось z направим по внутренней нормали к поверхности зеркала. Допустим, что магнитная индукция внутри него состоит из двух компонент: одна — постоянная $\mathbf{B} = B(0, 0, 1)$ — параллельна оси z , а другая — $\mathbf{b} = b_0(\cos(qz), \sin(qz), 0)$ — вращается против часовой стрелки вокруг оси z . Такое магнитное зеркало будем называть геликоидальной системой, и наша задача состоит в том, чтобы найти отражение и пропускание нейтронов таким зеркалом с переворотом и без переворота спина.

Решение поставленной задачи сводится к решению одномерного стационарного уравнения Шредингера

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - u_0 - 2b[\sigma_x \cos(2qz + 2\varphi) + \sigma_y \sin(2qz + 2\varphi)] - 2B\sigma_z + k^2 \right) |\psi(z)\rangle = 0 \quad (1)$$

внутри среды, где присутствует ядерный оптический потенциал u_0 , множитель $m\mu/\hbar^2$ (m — масса нейтрона, а μ — абсолютная величина магнитного момента нейтрона) включен в определение величины магнитной индукции, а

$\sigma_{x,y,z}$ — матрицы Паули. Для удобства мы переопределили q , выделив множитель 2, и для общности ввели фазу φ , которая характеризует угол поля \mathbf{b} относительно оси x в точке $z = 0$.

Уравнение (1) было решено в [4]. Решение было найдено только для фиксированной поляризации, соответствующей собственным спиновым состояниям внутри геликоидальной среды.

В данной работе показано, как уравнение (1) решается в общем виде для произвольной поляризации падающего нейтрона. Полученное решение позволяет находить аналитические выражения для амплитуд отражения и пропускания геликоидального зеркала с переворотом и без переворота спина при произвольном внешнем поле и произвольной толщине зеркала. Сначала мы рассматриваем простой случай, когда поле \mathbf{B} вдоль оси геликоида равно нулю, и находим амплитуды отражения от полубесконечного толстого зеркала при произвольном внешнем поле. Затем находим амплитуды отражения и пропускания для зеркала конечной толщины, после чего полагаем $\mathbf{B} \neq 0$ и обсуждаем, каких изменений можно ожидать в этом случае.

1. ОТРАЖЕНИЕ ОТ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО ЗЕРКАЛА

Рассмотрим полубесконечное зеркало, занимающее полупространство $z > 0$. Воспользуемся легко проверяемым соотношением

$$\sigma_x \cos(2qz + 2\varphi) + \sigma_y \sin(2qz + 2\varphi) = \exp(-i\sigma_z(qz + \varphi))\sigma_x \exp(i\sigma_z(qz + \varphi)) \quad (2)$$

и подставим в уравнение (1) $|\psi(z)\rangle$ в виде

$$|\psi(z)\rangle = \exp(-i\sigma_z(qz + \varphi))|\phi(z)\rangle. \quad (3)$$

В результате получим уравнение для $|\phi(z)\rangle$:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - 2iq\sigma_z \frac{d}{dz} - u_0 - 2b\sigma_x + k^2 - q^2 \right) |\phi(z)\rangle = 0. \quad (4)$$

1.1. Решение уравнения согласно [4]. В [4] решение этого уравнения записывалось в виде $\exp(ipz)|\chi(p)\rangle$ и его подстановка приводила к уравнению

$$\left(-p^2 + 2q\sigma_z p - u_0 - 2b\sigma_x + k^2 - q^2 \right) |\chi(p)\rangle = 0. \quad (5)$$

Это уравнение выполняется только для определенных $|\chi(p)\rangle = |\Lambda_{\pm}\rangle$, которые являются собственными спинорами оператора $\hat{\Lambda} = qp\sigma_z - b\sigma_x$ с собственными

значениями $\pm\Lambda = \pm\sqrt{q^2p^2 + b^2}$, и (5) определяет p для этих собственных состояний:

$$\left(-p^2 \pm 2\sqrt{q^2p^2 + b^2} - u_0 + k^2 - q^2\right)|\Lambda_{\pm}\rangle = 0. \quad (6)$$

Для состояния с $+\Lambda$ уравнение имеет вид

$$2\sqrt{q^2p^2 + b^2} = p^2 - K^2, \quad (7)$$

где $K^2 = k^2 - u_0 - q^2$. При положительной левой части уравнение имеет смысл только при $p^2 > K^2$. Поэтому для положительных p решение этого уравнения единственное:

$$p_+ = \sqrt{K^2 + 2q^2 + 2\sqrt{q^2(K^2 + q^2) + b^2}}. \quad (8)$$

Для состояния с $-\Lambda$ уравнение имеет вид

$$-2\sqrt{q^2p^2 + b^2} = p^2 - K^2. \quad (9)$$

При отрицательной левой части уравнение имеет смысл только при $p^2 < K^2$. Поэтому для положительных p решение этого уравнения единственное:

$$p_- = \sqrt{K^2 + 2q^2 - 2\sqrt{q^2(K^2 + q^2) + b^2}}. \quad (10)$$

Мы увидим в дальнейшем, что этот результат является слишком ограничительным. Поиск решения уравнения (4) в виде $|\phi(z)\rangle = \exp(ipz)|\chi(p)\rangle$ приводит к некоторым частным решениям, но не дает общего решения. На самом деле, как будет показано дальше, $\langle\Lambda_{\pm}|\phi(z)\rangle$ равны не $\exp(ip_{\pm}z)$, а

$$\begin{aligned} \langle\Lambda_+|\phi(z)\rangle &= \alpha_+ \exp(ip_+z) + \alpha_- \exp(ip_-z), \\ \langle\Lambda_-|\phi(z)\rangle &= \beta_+ \exp(ip_+z) + \beta_- \exp(ip_-z) \end{aligned} \quad (11)$$

с фиксированными коэффициентами α_{\pm} и β_{\pm} .

1.2. Общее решение. Мы будем волну, уходящую от границы раздела внутрь вещества, представлять в виде

$$|\phi(z)\rangle = \exp(i[a + \vec{p}\sigma]z)|\chi\rangle \quad (12)$$

с неизвестными четырьмя параметрами a и \vec{p}

$$|\chi\rangle = |\phi(0)\rangle = \exp(i\sigma_z\varphi)|\psi(0)\rangle, \quad (13)$$

причем $|\psi(0)\rangle$ может описывать состояние с произвольной поляризацией. Подставив (13) в (12) и далее в (3), получим

$$|\psi(z)\rangle = \exp(-i\sigma_z(qz + \varphi)) \times \\ \times \exp(i[a + \vec{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}]z) \exp(i\sigma_z\varphi)|\psi(0)\rangle = \exp(-i\sigma_z qz) \exp(i[a + \vec{\mathbf{p}}_\varphi\boldsymbol{\sigma}]z)|\psi(0)\rangle, \quad (14)$$

где

$$\vec{\mathbf{p}}_\varphi\boldsymbol{\sigma} = \exp(-i\sigma_z\varphi)\vec{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}\exp(i\sigma_z\varphi). \quad (15)$$

Чтобы найти параметры a и $\vec{\mathbf{p}}$, подставим выражение (12) в уравнение (4). В результате получим

$$-a^2 - p^2 - 2a\vec{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma} + 2q\sigma_z(a + \vec{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}) - u_0 - 2b\sigma_x + k^2 - q^2 = 0. \quad (16)$$

Это соотношение эквивалентно четырем уравнениям

$$-a^2 - p^2 + 2q\vec{p}_z - u_0 + k^2 - q^2 = 0, \quad (17)$$

$$-2a\vec{p}_z + 2qa = 0, \quad -2a\vec{p}_x - 2iq\vec{p}_y - 2b = 0, \quad -2a\vec{p}_y + 2iq\vec{p}_x = 0. \quad (18)$$

Из трех последних уравнений следует

$$\vec{p}_z = q, \quad \vec{p}_x = \frac{ab}{q^2 - a^2}, \quad \vec{p}_y = i\frac{qb}{q^2 - a^2}. \quad (19)$$

Подставив эти выражения в (17), получим уравнение для a

$$-a^2 + q^2 - \frac{b^2}{a^2 - q^2} - u_0 + k^2 - q^2 = 0, \quad (20)$$

решение которого

$$a = \sqrt{q^2 + \frac{K^2 \pm \sqrt{K^4 - 4b^2}}{2}}, \quad (21)$$

где $K^2 = k^2 - u_0 - q^2$. Заметим, что

$$\frac{K^2 \pm \sqrt{K^4 - 4b^2}}{2} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{K^2 - 2b} \pm \sqrt{K^2 + 2b} \right)^2, \quad (22)$$

и для определения правильного знака потребуем, чтобы при $b \rightarrow 0$ выражение $a + \vec{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}$ переходило в $\sqrt{k^2 - u_0}$, а при $q \rightarrow 0$ оно переходило бы в $\sqrt{k^2 - u_0 - 2b\boldsymbol{\sigma}}$. Из этих требований однозначно определяется знак плюс. Таким образом,

$$a = \sqrt{q^2 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{K^2 - 2b} + \sqrt{K^2 + 2b} \right)^2}. \quad (23)$$

1.3. Сопоставление с решением [4]. Заметим, что собственные состояния $|\Upsilon_{\pm}\rangle$ оператора $\hat{\Upsilon} = \vec{p}\sigma$ имеют собственные значения

$$\pm p = \pm \sqrt{q^2 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{K^2 - 2b} - \sqrt{K^2 + 2b} \right)^2}. \quad (24)$$

Собственные состояния $|\Upsilon_{\pm}\rangle$ распространяются с волновыми векторами

$$a \pm p = \sqrt{(a \pm p)^2} = \sqrt{K^2 + 2q^2 \pm 2\sqrt{q^2(K^2 + q^2)} + b^2} = p_{\pm}. \quad (25)$$

Поскольку любое состояние разлагается по $|\Upsilon_{\pm}\rangle$, то по ним разлагаются и состояния $|\Lambda_{\pm}\rangle$. Поэтому

$$|\Lambda_{+}\rangle = \langle \Upsilon_{+} | \Lambda_{+} \rangle |\Upsilon_{+}\rangle + \langle \Upsilon_{-} | \Lambda_{+} \rangle |\Upsilon_{-}\rangle$$

и распространяющейся является не функция $\exp(ip_{+}z)|\Lambda_{+}\rangle$, а функция

$$|\phi(z)\rangle = \exp(ip_{+}z)\langle \Upsilon_{+} | \Lambda_{+} \rangle |\Upsilon_{+}\rangle + \exp(ip_{-}z)\langle \Upsilon_{-} | \Lambda_{+} \rangle |\Upsilon_{-}\rangle, \quad (26)$$

и, соответственно,

$$\langle \Lambda_{+} | \phi(z) \rangle = \exp(ip_{+}z)|\langle \Upsilon_{+} | \Lambda_{+} \rangle|^2 + \exp(ip_{-}z)|\langle \Upsilon_{-} | \Lambda_{+} \rangle|^2, \quad (27)$$

как указано в (11), с $\alpha_{\pm} = |\langle \Upsilon_{\pm} | \Lambda_{+} \rangle|^2$ и $\beta_{\pm} = |\langle \Upsilon_{\pm} | \Lambda_{-} \rangle|^2$.

1.4. Граничные условия. Найдем теперь амплитуды отражения и преломления полубесконечного геликоидального зеркала. Для этого волновую функцию (14) внутри среды нужно шить с внешней волновой функцией

$$(\exp(ik_0z) + \exp(-ik_0z)\hat{r})|\xi_0\rangle, \quad (28)$$

которая содержит падающую плоскую волну в произвольном спиновом состоянии $|\xi_0\rangle$ и отраженную с матричной амплитудой отражения \hat{r} , причем $\hat{k}_0 = \sqrt{k^2 - 2\mathbf{B}_0\sigma}$, а \mathbf{B}_0 — внешнее магнитное поле. Представив $|\psi(0)\rangle$ в виде $\hat{t}|\xi_0\rangle$, где \hat{t} — матричная амплитуда пропускания границы раздела в точке $z = 0$, и потребовав непрерывности функции (28) и ее производной в точке $z = 0$, получим уравнения [5, 6]

$$1 + \hat{r} = \hat{t},$$

$$\hat{k}_0[1 - \hat{r}] = [a - q\sigma_z + \vec{p}'_{\varphi}\sigma]\hat{t} = (a + \vec{p}'_{\varphi}\sigma)\hat{t}, \quad (29)$$

где

$$\vec{p}'_{\varphi}\sigma = e^{-i\sigma_z\varphi}(\vec{p}_x\sigma_x + \vec{p}_y\sigma_y)e^{i\sigma_z\varphi}. \quad (30)$$

Решение уравнений (29):

$$\hat{\mathbf{t}} = (\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \vec{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma})^{-1} 2\hat{\mathbf{k}}_0, \quad (31)$$

$$\hat{\mathbf{r}} = (\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \vec{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma})^{-1} (\hat{\mathbf{k}}_0 - a - \vec{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma}). \quad (32)$$

При $b = 0$ получаем

$$\hat{\mathbf{t}} = \frac{2\hat{\mathbf{k}}_0}{\hat{\mathbf{k}}_0 + k'}, \quad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\hat{\mathbf{k}}_0 - k'}{\hat{\mathbf{k}}_0 + k'}, \quad k' = \sqrt{k^2 - u_0}, \quad (33)$$

что и естественно, поскольку при $b = 0$ вращение не играет никакой роли. Легко проверить, что в пределе $q = 0$ получаются формулы для отражения и преломления на поверхности зеркала с постоянной намагниченностью \mathbf{b} .

С помощью аналитического выражения (32) легко рассчитать зависимость коэффициентов отражения с переворотом и без переворота спина от волнового вектора k падающих нейтронов. Результаты расчета для простейшего случая $\mathbf{V}_0 = 0$ приведены на рис. 1 и 2. При расчетах за единицу длины вол-

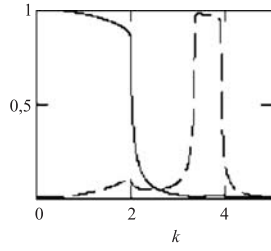


Рис. 1. Зависимость от волнового вектора k коэффициента отражения $|R|^2_{-}$ без переворота спина (сплошная кривая) и $|R|^2_{+}$ с переворотом (пунктирная кривая) при начальной поляризации (правый индекс $-$) в направлении, противоположном оси z , которая параллельна внутренней нормали к зеркалу

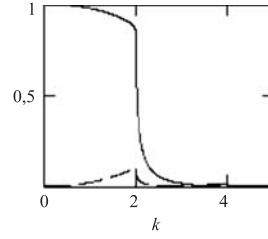


Рис. 2. Зависимость от волнового вектора k коэффициента отражения $|R|^2_{+}$ без переворота спина (сплошная кривая) и $|R|^2_{-}$ с переворотом (пунктирная кривая) при начальной поляризации (правый индекс $+$) в направлении, параллельном оси z

нового вектора принята величина \sqrt{b} и выбраны параметры $u_0 = 4 - 0,01i$, $q = 3$, и соответственно $b = 1$. Эти же параметры будут использоваться и далее.

Обратим внимание, что на обоих рисунках видна граница полного отражения при $k = \sqrt{u_0}$, которая естественным образом следует из выражений

(23) и (24). Кроме того, на рис. 1 отчетливо виден резонансный пик полного отражения в интервале $\sqrt{q^2 + u_0 - 2b} \leq k \leq \sqrt{q^2 + u_0 - 2b}$. В этом интервале величины a и p оказываются комплексно-сопряженными, поэтому волновой вектор $a - p$ является чисто мнимой величиной. Такому волновому вектору соответствует полное отражение с переворотом спина. Объяснить, почему только одно направление поляризации испытывает резонансное отражение, можно с помощью перехода в систему отсчета, движущуюся со скоростью q . При таком переходе нейтрон оказывается медленно движущимся во вращающемся радиочастотном поле. Радиочастотное поле с некоторой вероятностью опрокидывает спин и меняет энергию нейтрона. Для одной из компонент кинетическая энергия после опрокидывания спина оказывается отрицательной, что и приводит к мнимой величине волнового вектора.

1.5. Условие унитарности на границе раздела. Необходимо показать, что поток, падающий на границу раздела, равен сумме потоков отраженных нейтронов с переворотом и без переворота спина и потоков внутрь вещества. Для определения потока внутрь вещества воспользуемся обычным определением потока

$$J_t = \frac{1}{2i} \langle \phi(z) | \left(\frac{d^{\rightarrow}}{dz} - \frac{d^{\leftarrow}}{dz} \right) | \phi(z) \rangle \Big|_{z=0}, \quad (34)$$

где стрелка над производной показывает, какой из множителей следует дифференцировать. В качестве функции $|\phi(z)\rangle$ примем

$$|\phi(z)\rangle = \exp(-iq\sigma_z z) \exp(iaz + i\vec{p}\sigma z) \hat{t} |\xi_0\rangle. \quad (35)$$

Подстановка (35) в (34) приводит к

$$J_t = \frac{1}{2} \langle \xi_0 | \hat{t}^+ (a + \vec{p}'^* \sigma + a + \vec{p}' \sigma) \hat{t} | \xi_0 \rangle = a \langle \xi_0 | \hat{t}^+ \left[1 + \frac{b}{q^2 - a^2} \sigma_x \right] \hat{t} | \xi_0 \rangle. \quad (36)$$

Из последнего равенства сразу следует, что поляризацию потоков внутрь вещества на границе раздела следует определять по оси квантования, направленной вдоль поля на границе. В нашем случае это поле направлено по оси x .

Выполнение условия унитарности следует прямо из первого равенства в соотношении (36). Если учесть условие непрерывности функции ($\hat{t} = 1 + \hat{r}$) и производной на границе раздела, то (36) представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} J_t &= \frac{1}{2} \langle \xi_0 | \hat{t}^+ ((a + \vec{p}'^* \sigma) + (a + \vec{p}' \sigma)) \hat{t} | \xi_0 \rangle = \\ &= \frac{1}{2} \langle \xi_0 | \left((1 - \hat{r}^+) k (1 + \hat{r}) + (1 + \hat{r}^+) k (1 - \hat{r}) \right) | \xi_0 \rangle = k \langle \xi_0 | (1 - |\hat{r}^+|^2) | \xi_0 \rangle, \end{aligned} \quad (37)$$

и мы видим, что преломленный поток в сумме с отраженным $J_r = k \langle \xi_0 | |\hat{r}^+|^2 | \xi_0 \rangle$ равен падающему потоку k .

2. ОТРАЖЕНИЕ ОТ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ИЗНУТРИ ЗЕРКАЛА

Мы рассмотрели волну, падающую на границу раздела из вакуума слева. Для определения амплитуд отражения и пропускания слоя конечной толщины L нужны также соответствующие амплитуды для волны, падающей на границу раздела изнутри вещества. Чтобы найти их, рассмотрим волновую функцию внутри вещества, распространяющуюся влево

$$|\psi(z)\rangle = \exp(-i\sigma_z(qz + \varphi)) \exp(-i[a + \overleftarrow{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}]z) \exp(i\sigma_z\varphi)|\psi(0)\rangle, \quad (38)$$

где $\overleftarrow{\mathbf{p}} \neq \overrightarrow{\mathbf{p}}$. Подставив ее в уравнение (1), получим

$$-a^2 - p^2 - 2a\overleftarrow{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma} - 2q\sigma_z(a + \overleftarrow{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}) - u_0 - 2b\sigma_x + k^2 - q^2 = 0. \quad (39)$$

Видим, что полученное уравнение отличается от (4) только знаком q . Таким образом, его решения равны

$$\begin{aligned} \overleftarrow{p}_z &= -q = -\overleftarrow{p}_z, & \overleftarrow{p}_x &= \frac{ab}{q^2 - a^2} = \overrightarrow{p}_x, \\ \overleftarrow{p}_y &= -i\frac{qb}{q^2 - a^2} = -p_y. \end{aligned} \quad (40)$$

Теперь мы можем записать полную волновую функцию для случая падения волны на границу раздела изнутри зеркала:

$$\begin{aligned} &\Theta(z < 0) \exp(-i\hat{\mathbf{k}}_0 z) \hat{\mathbf{t}}' |\xi_0\rangle + \\ &+ \Theta(z > 0) \exp(-i\sigma_z q z) \left[\exp(-i[a + \overleftarrow{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}]z) + \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}]z) \hat{\mathbf{r}}' \right] |\xi_0\rangle, \end{aligned} \quad (41)$$

где Θ — ступенчатая функция, равная единице, когда неравенство в ее аргументе выполнено, и нулю в ином случае. Сшивки функции (41) на границе раздела дает

$$\hat{\mathbf{t}}' = [\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \overrightarrow{\mathbf{p}}'\boldsymbol{\sigma}]^{-1} [2a + \overrightarrow{\mathbf{p}}'\boldsymbol{\sigma} + \overleftarrow{\mathbf{p}}'\boldsymbol{\sigma}], \quad (42)$$

$$\hat{\mathbf{r}}' = [\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \overrightarrow{\mathbf{p}}'\boldsymbol{\sigma}]^{-1} [a + \overleftarrow{\mathbf{p}}'\boldsymbol{\sigma} - \hat{\mathbf{k}}_0], \quad (43)$$

где $\overleftarrow{\mathbf{p}}'\boldsymbol{\sigma} = e^{-i\sigma_z\varphi}(\overleftarrow{p}_x\sigma_x + \overleftarrow{p}_y\sigma_y)e^{i\sigma_z\varphi}$. Совершенно ясно, что произойдет, если поле внутри среды будет вращаться по часовой стрелке. В этом случае q изменит знак, и параметры $\overrightarrow{\mathbf{p}}$ и $\overleftarrow{\mathbf{p}}$ поменяются местами.

3. ОТРАЖЕНИЕ ОТ ПЛАСТИНКИ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

Чтобы записать отражение и пропускание пластинки конечной толщины L , необходимо найти отражение от второй поверхности раздела. Для этого удобно поместить начало координат в точку $z = L$. Волновая функция около этой точки равна

$$\Theta(z < 0) \exp(-iq\sigma_z z) [\exp(-i[a + \overleftarrow{\mathbf{p}}_\varphi \boldsymbol{\sigma}]z) \hat{\mathbf{r}}'' + \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}}_\varphi \boldsymbol{\sigma}]z)] \xi_0 + \Theta(z > 0) \exp(i\hat{\mathbf{k}}_0 z) \hat{\mathbf{t}}'' \xi_0, \quad (44)$$

причем $\hat{\mathbf{t}}'' \neq \hat{\mathbf{t}}'$, $\hat{\mathbf{r}}'' \neq \hat{\mathbf{r}}'$ и угол φ иной, чем на входной поверхности. Условия сшивки приводят к выражениям

$$\hat{\mathbf{t}}'' = [\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \overleftarrow{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma}]^{-1} [2a + \overleftarrow{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} + \overrightarrow{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma}], \quad (45)$$

$$\hat{\mathbf{r}}'' = [\hat{\mathbf{k}}_0 + a + \overleftarrow{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma}]^{-1} [a + \overrightarrow{\mathbf{p}}'_\varphi \boldsymbol{\sigma} - \hat{\mathbf{k}}_0]. \quad (46)$$

Отметим, что отраженная от выходной границы волна в точке $z = -L$, т. е. около входной поверхности, равна $\exp(iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overleftarrow{\mathbf{p}}_\varphi \boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{r}}'' \xi_0$.

Рассмотрим теперь отражение и пропускание пластинки толщиной L . Примем, что на входной поверхности $\varphi = 0$. Тогда у второй границы раздела $\varphi = qL$. Обозначим волну, падающую на вторую границу раздела, через $\hat{\mathbf{X}} \xi_0$. Для $\hat{\mathbf{X}}$ можно составить уравнение

$$\hat{\mathbf{X}} = \exp(-iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{t}} + \exp(-iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{r}}' \exp(iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overleftarrow{\mathbf{p}}_{qL} \boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{r}}'' \hat{\mathbf{X}}, \quad (47)$$

которое имеет решение

$$\hat{\mathbf{X}} = [1 - \exp(-iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{r}}' \exp(iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overleftarrow{\mathbf{p}}_{qL} \boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{r}}'']^{-1} \times \exp(-iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{t}}. \quad (48)$$

Умножив эту величину слева на

$$1 = \exp(-iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]L) \exp(-i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]L) \exp(iq\sigma_z L),$$

приведем ее к виду

$$\hat{\mathbf{X}} = \exp(-iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{X}}', \text{ где}$$

$$\hat{\mathbf{X}}' = \left[1 - \hat{\mathbf{r}}' \exp(iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overleftarrow{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{r}}''_{-qL} \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}]L) \right]^{-1} \hat{\mathbf{t}}. \quad (49)$$

Здесь мы воспользовались соотношением $\exp(iq\sigma_z L)\overleftarrow{\mathbf{p}}_{qL}\boldsymbol{\sigma}\exp(-iq\sigma_z L) = \overleftarrow{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}$ и ввели обозначение $hr''_{-qL} = [\hat{\mathbf{k}}_{-qL} + a + \overleftarrow{\mathbf{p}}'\boldsymbol{\sigma}]^{-1}[a + \overrightarrow{\mathbf{p}}'\boldsymbol{\sigma} - \hat{\mathbf{k}}_{-qL}]$, где $\hat{\mathbf{k}}_{-qL} = \exp(iq\sigma_z L)\hat{\mathbf{k}}_0\exp(-iq\sigma_z L)$.

С помощью $\hat{\mathbf{X}}$ строим [5, 6] матричные амплитуды отражения $\hat{\mathbf{R}}$ и пропускания $\hat{\mathbf{T}}$:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{R}} &= \hat{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{t}}' \exp(iq\sigma_z L) \exp(i[a + \overleftarrow{\mathbf{p}}_{qL}\boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{r}}'' \hat{\mathbf{X}} = \\ &= \hat{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{t}}' \exp(i[a + \overleftarrow{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{r}}''_{-qL} \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{X}}',\end{aligned}\quad (50)$$

$$\hat{\mathbf{T}} = \hat{\mathbf{t}}'' \hat{\mathbf{X}} = \exp(-iq\sigma_z L) [1 + \hat{\mathbf{r}}''_{-qL}] \exp(i[a + \overrightarrow{\mathbf{p}}\boldsymbol{\sigma}]L) \hat{\mathbf{X}}'.\quad (51)$$

С помощью аналитических выражений (50) и (51) легко рассчитать зависимость от k коэффициентов отражения и пропускания с переворотом и без переворота спина. Результаты расчета для простейшего случая $\mathbf{B}_0 = 0$ с обеих сторон зеркала приведены на рис. 3–6. В дополнение к тем параметрам, которые использовались раньше, введена еще толщина зеркала $L = 8$.

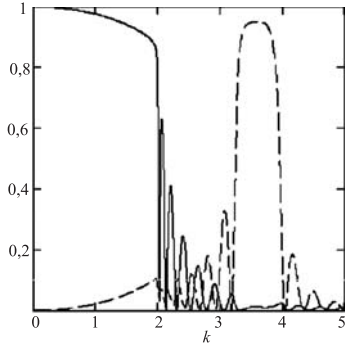


Рис. 3. Зависимость от k коэффициента отражения $|R|_{--}^2$ без переворота спина (сплошная кривая) и $|R|_{+-}^2$ с переворотом (пунктирная кривая) от зеркала толщиной $L = 8$ при начальной поляризации (правый индекс $-$), противоположной направлению оси z

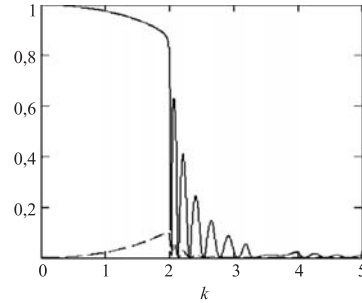


Рис. 4. Зависимость от k коэффициента отражения $|R|_{++}^2$ без переворота спина (сплошная кривая) и $|R|_{-+}^2$ с переворотом (пунктирная кривая) от зеркала толщиной $L = 8$ при начальной поляризации (правый индекс $+$), параллельной направлению оси z

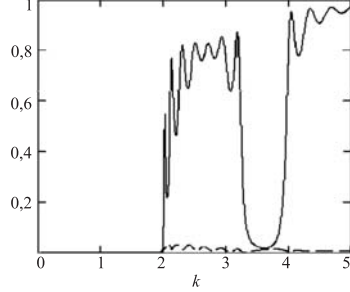


Рис. 5. Зависимость от k коэффициента пропускания $|T|^2_{-}$ без переворота спина (сплошная кривая) и $|T|^2_{+-}$ с переворотом (пунктирная кривая) зеркала толщиной $L = 8$ при начальной поляризации (правый индекс +), параллельной направлению оси z

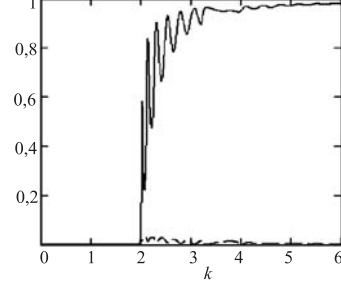


Рис. 6. Зависимость от k коэффициента пропускания $|T|^2_{++}$ без переворота спина (сплошная кривая) и $|T|^2_{-+}$ с переворотом (пунктирная кривая) зеркала толщиной $L = 8$ при начальной поляризации (правый индекс +), параллельной направлению оси z

4. ГЕЛИКОИДАЛЬНАЯ СИСТЕМА С ПОСТОЯННЫМ ВНУТРЕННИМ ПОЛЕМ \mathbf{B} , НАПРАВЛЕННЫМ ПО ОСИ z

При наличии постоянного поля \mathbf{B} вдоль оси геликоида уравнение Шредингера имеет вид

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - u_0 - 2B\sigma_z - 2b[\sigma_x \cos(2qz + 2\varphi) + \sigma_y \sin(2qz + 2\varphi)] + k^2 \right) |\psi(z)\rangle = 0, \quad (52)$$

Воспользуемся теми же преобразованиями, что и раньше. В результате вместо (16) получим

$$-a^2 - p^2 - 2a\vec{p}\sigma + 2q\sigma_z(a + \vec{p}\sigma) - u_0 - 2B\sigma_z - 2b\sigma_x + k^2 - q^2 = 0. \quad (53)$$

Это соотношение эквивалентно четырем уравнениям, первые два из которых отличаются от уравнений системы (17), (18)

$$-a^2 - p^2 + 2q\vec{p}_z - u_0 + k^2 - q^2 = 0, \quad (54)$$

$$-2a\vec{p}_z + 2qa - 2B = 0. \quad (55)$$

Из второго уравнения следует

$$\vec{p}_z = q - B/a. \quad (56)$$

Подстановка в первое уравнение с учетом $p_{x,y}$ из (19) приводит к уравнению для a

$$-a^2 + q^2 - \frac{B^2}{a^2} - \frac{b^2}{a^2 - q^2} - u_0 + k^2 - q^2 = 0. \quad (57)$$

Это кубическое уравнение относительно a^2 и мы должны найти такое его решение, которое в асимптотическом пределе $k^2 \gg b, B, q^2$ переходит в $a = k' = \sqrt{k^2 - u_0}$.

Пренебрежем свободным членом, тогда уравнение приведет к биквадратному

$$a^4 - a^2(k'^2 + q^2) + B^2 + b^2 + k'^2 q^2 = 0, \quad (58)$$

решение которого

$$a^2 = q^2 + \frac{K^2 + \sqrt{K^4 - 4(B^2 + b^2)}}{2}. \quad (59)$$

В принципе нетрудно решить и кубическое уравнение и найти поправки к (59), при этом остаются справедливыми все вышеприведенные формулы с небольшим изменением: в $\vec{p}\sigma$ и $\overleftarrow{p}\sigma$ к $\pm p_z$ нужно добавить слагаемое $-B\sigma_z/a$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены аналитические выражения для коэффициентов отражения и пропускания нейтронов слоем конечной толщины с геликоидальной магнитной структурой. Проведенные численные расчеты показывают, что при перпендикулярной к поверхности зеркала компоненте волнового вектора, близкой к волновому вектору геликоида, наблюдается резонансное увеличение коэффициентов отражения и соответственно ослабление коэффициента пропускания с переворотом спина при начальной поляризации, противоположной вектору вращения поля в геликоидальной системе. В резонансе происходит увеличение коэффициентов отражения R_{+-} до значений порядка единицы. С другой стороны, поляризация, параллельная вектору вращения геликоида, переворачивается с малой вероятностью, и нейтроны с этой поляризацией либо отражаются, либо проходят сквозь зеркало, и эти процессы не имеют резонансных свойств. Эти замечательные особенности геликоидальной структуры могут быть использованы для создания поляризатора нейтронов с эффективностью, близкой к 100 %, когда в резонансе спиновая компонента «-» падающего на геликоид неполяризованного пучка нейтронов преобразуются в компоненту «+» отраженного, и в этой отраженной компоненте практически не содержится компоненты «-». Очевидно, что резонансные свойства геликоида могут быть использованы для создания узкополосных монохроматоров

(коллиматоров), поляризаторов, а также ротаторов поляризации (в частном случае спин-флиппера) нейтронов.

Практическая разработка и экспериментальное исследование слоистого геликоида несомненно являются целесообразными.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kortright J. B. et al. // JMMM. 1999. V. 207. P. 7–44.*
2. *Buzdin A. I. // Rev. Mod. Phys. 2005. V. 77. P. 935–976;*
Изюмов Ю. А., Прошин Ю. Н., Хусаинов М. Г. // УФН. 2002. Т. 172. С. 113–154.
3. *Leighton C. et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 4394;*
Fitzsimmons M. R. et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 3986.
4. *Calvo M. // Phys. Rev. B. 1978. V. 18. P. 5073.*
5. *Radu F., Ignatovich V. K. // Physica B. 1999. V. 267–268. P. 175–180.*
6. *Аксенов В. Л., Игнатович В. К., Никитенко Ю. В. // Кристаллография. 2006. Т. 51. С. 785–805;*
Aksenov V. L., Ignatovich V. K., Nikitenko Yu. V. // Crystallography Reports. 2006. V. 51. P. 734–753.

Получено 9 октября 2006 г.

Редактор *М. И. Зарубина*

Подписано в печать 08.12.2006.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,81. Уч.-изд. л. 0,91. Тираж 350 экз. Заказ № 55580.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/