

# RESONANCIAS EN PROCESOS DE FÍSICA ATÓMICA EN PLASMAS DE FUSIÓN NUCLEAR

Clauser C. F.<sup>12</sup> y Barrachina R. O.<sup>123</sup>

<sup>1</sup>Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo – Comisión Nacional de Energía Atómica.

<sup>2</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)

<sup>3</sup>Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA).  
(cesar.clauser@ib.edu.ar)

## Resumen

Presentamos un estudio de resonancias de “energía cero” de las secciones eficaces de fotoionización y recombinación radiativa para las distintas especies presentes en el funcionamiento de un reactor de fusión. En este contexto, el potencial de interacción se encuentra apantallado y su longitud de apantallamiento depende de la densidad y temperatura del plasma. Debido a la naturaleza de este tipo de resonancias, proponemos otros procesos en los que pueden originarse. Finalmente, mostramos en qué condiciones de densidad y temperaturas ocurren, y sus posibles consecuencias sobre el funcionamiento del reactor.

## ATOMIC RESONANCES IN NUCLEAR FUSION PLASMAS

### Abstract

We present a study of zero energy resonances of photoionization and radiative recombination cross section for the different species in a fusion reactor. In this context, the interaction potential is screened and its typical length depends on the plasma density and temperature. Due to the nature of these resonances, we propose other atomic processes in which they can take place. Finally, we show the density and temperature conditions where these resonances occur and their probable consequence on the reactor performance.

### Introducción

En la última década hubo un creciente interés en la comunidad internacional para demostrar la factibilidad científica y técnica de la fusión nuclear controlada. Tanto los esquemas de confinamiento magnético como inercial han tenido considerables avances. Uno de los aspectos importantes en la física del reactor son los procesos de física atómica [1–3] ya que éstos intervienen en la producción del plasma, en la transferencia de energía entre especies presentes, en la penetración de haces neutros y de impurezas dentro del plasma, en el borde del plasma, en las técnicas de monitoreo y diagnóstico, etc. Uno de los procesos más simples que puede ocurrir es la ionización de átomos por fotones y/o la recombinación de iones con electrones del plasma [1].

El potencial de interacción presente entre distintas partículas cargadas no es el potencial coulombiano ya que el plasma produce un apantallamiento del mismo [4]. Esto trae, como consecuencia, cambios radicales en la física de los procesos atómicos. Es por esto

que en este trabajo presentamos una descripción general sobre un tipo particular de resonancias, denominadas *de energía cero*, que se producen en ciertos procesos de física atómica. En particular, nos proponemos estudiar los procesos de fotoionización y su proceso inverso, la recombinación radiativa. Con simples argumentos mostramos el origen de estas resonancias y sus posibles efectos en la física del reactor de fusión.

### Marco teórico

La fotoionización de un ion  $A$  de carga  $+q$  es el proceso por el cual un fotón,  $\gamma$ , de energía  $\epsilon_\gamma = \hbar k c$  es absorbido por uno de los electrones que es emitido al continuo con energía  $E_e = \hbar^2 k'^2 / 2m$ . Está descrita por la reacción



El proceso inverso en el cual un átomo o ion captura un electrón con la subsecuente emisión de un fotón se denomina recombinación radiativa. Utilizando la regla de oro de Fermi[5], la sección eficaz de fotoionización ( $\sigma_v$ ) es

$$\sigma_v = \frac{2\pi V}{\hbar c} |M|^2 \rho_e$$

en la cual  $c$  es la velocidad de la luz,  $\rho_e$  es la densidad de estado final del electrón libre (en el continuo) y  $V$  es el volumen de normalización. El elemento de matriz  $M$  describe la transición entre los estados inicial y final del electrón. La sección eficaz de recombinación radiativa ( $\sigma_r$ ) puede obtenerse de la anterior como

$$\sigma_r = \frac{k^2}{k'^2} \sigma_v.$$

Tanto en el caso de la fotoionización como en el de recombinación radiativa, uno de los estados representa a un electrón en el continuo de un ion de carga  $q + 1$ . En el marco de la teoría de interacción en el estado final (Final State Interaction: FSI) [6], y bajo condiciones muy generales[7,8], la sección eficaz de estos procesos es proporcional al módulo al cuadrado de la función de onda normalizada  $\psi_{k'}(r)$  de este estado del continuo evaluada en el origen de la coordenada relativa  $r$ . O sea

$$\sigma_{r,v} \propto F_N(k'),$$

donde hemos definido el *factor de distorsión*  $F_N(k') = (2\pi\hbar)^3 |\psi_{k'}(0)|^2$ . Es decir que, conociendo las propiedades de este factor, se pueden conocer propiedades de las secciones eficaces de fotoionización y recombinación radiativa. Si bien este factor de distorsión depende de la forma general del potencial, presenta algunas propiedades generales. Por ejemplo, puesto que  $F_N(k') \rightarrow 1$  para  $k' \rightarrow \infty$ , el factor  $F_N(k')$  solo produce un efecto de distorsión de la sección eficaz para valores pequeños de  $k'$ . Por otra parte se puede demostrar que  $F_N(k') \geq 1$  cuando la interacción entre el electrón y el ion es atractiva, produciéndose un incremento de la sección eficaz[8]. Potenciales similares tienen factores de normalización similares; y se conocen algunos analíticamente[9].

En lo que sigue de este artículo vamos a considerar, salvo que se indique lo contrario, el sistema de unidades atómicas (a. u.), en el cual  $\hbar = e = m = 1$ . Además, expresaremos la temperatura en unidades de energía, siendo el factor de conversión, la constante de Boltzmann.

### Potencial de Interacción

La interacción entre una carga  $Z_p$  y un electrón del plasma está descrita a través del potencial [4]

$$V_Y(r) = -\frac{Z_p}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right).$$

Este es el conocido potencial de Yukawa con  $\lambda$  la longitud típica de apantallamiento que depende tanto de la densidad como de la temperatura del plasma. No se dispone de una expresión analítica para el correspondiente factor de distorsión, aunque es posible aproximarlos satisfactoriamente por el de un potencial similar, el potencial de Hulthén

$$V_H(r) = -\frac{Z_p}{\lambda} \frac{\exp(-r/\lambda)}{1 - \exp(-r/\lambda)}.$$

El correspondiente factor de distorsión es [10]

$$F_H(k') = \left| \frac{\Gamma(1 + i\alpha)\Gamma(1 + ib)}{\Gamma(1 + 2ik'\lambda)} \right|^2$$

donde

$$\alpha = k'\lambda \left[ 1 - \left( 1 - \frac{Z_p}{(k'\lambda)^2} \right)^{1/2} \right]$$

$$b = k'\lambda \left[ 1 + \left( 1 - \frac{Z_p}{(k'\lambda)^2} \right)^{1/2} \right].$$

La figura 1 muestra el comportamiento de este factor para bajas energías del electrón. Puede observarse que aparecen resonancias en ciertas longitudes de apantallamiento [11]

$$\lambda = \frac{l^2}{Z_p} \quad (l = 1, 2, \dots). \quad (1)$$

Estas resonancias se atenúan a medida que  $k'$  aumenta, pero divergen como  $k'^{-2}$  en el límite  $k' \rightarrow 0$ . Es por esta razón que se las denomina *resonancias de energía cero*. Puede demostrarse que, si la longitud de apantallamiento no se encuentra bien definida y comprende un rango que envuelve a más de una resonancia, éstos efectos se promedian y atenúan [11].

### Resultados

En virtud de la teoría FSI, la distorsión producida por la interacción relevante en el estado final está adecuadamente descrita por el correspondiente factor de distorsión. Por lo tanto, para estudiar el efecto que produce el apantallamiento del potencial, utilizamos la sección eficaz de fotoionización para el caso coulombiano, que es conocida analíticamente, pero intercambiamos los factores de distorsión

$$\sigma_v = \frac{F_H}{F_{coul}} \sigma_{coul}.$$

Por simplicidad, nos limitamos a estudiar únicamente, la transición al estado fundamental. Además, corregimos variacionalmente el nivel de energía del estado ligado para que represente más apropiadamente al potencial de Yukawa. Este resultado se muestra en las figuras 2 y 3 para la fotoionización del Hidrógeno y del Helio, respectivamente. Comparamos estos resultados con cálculos numéricos recientes[12], advirtiendo que la única resonancia estudiada por estos autores coincide con la correspondiente a un valor de  $l = 2$  en la ecuación (1). Sin embargo, al suponer erróneamente que se trata de resonancias de forma de onda  $p$ , estos autores [12] no logran justificar correctamente ni la posición ni la forma de las mismas. En el presente artículo, trabajando en el marco de la teoría de interacción en el estado final, no sólo hemos logrado identificar estas estructuras como resonancias de energía cero, sino que hemos encontrado sus posiciones en términos muy simples. En la figura 4 mostramos la sección eficaz de recombinación radiativa para el Hidrógeno. En este caso, la condición de resonancia hace que diverja más rápidamente que en el caso coulombiano.

Para analizar si estas resonancias pueden afectar las condiciones en un reactor de fusión nuclear, podemos aproximar la longitud de apantallamiento del potencial como[13]

$$\lambda^2 = \frac{1}{4\pi n} \left( \frac{(3\pi^2 n)^{2/3}}{3} + T \right).$$

la cual interpola los conocidos límites clásico y cuántico.  $T$  y  $n$  son la temperatura (en unidades de energía) y la densidad del plasma, respectivamente. Esta es la longitud típica para una carga puntual estática. Luego, reemplazando  $\lambda = l^2/Z_p$  en esta ecuación, obtenemos la condición que deben cumplir la densidad y la temperatura del plasma para que se produzca una resonancia de energía cero.

$$T(n) = \left( \frac{4\pi n l^4}{Z_p^2} - \frac{1}{3} (3\pi^2 n)^{2/3} \right) (l = 1, 2, \dots).$$

Mostramos esta condición de resonancia en la figura 5. Podemos observar que en la región de confinamiento inercial (ICF) las condiciones de resonancias, para valores consecutivos de  $l$ , se encuentran bien separadas en densidad y temperatura. En cambio, en la región de confinamiento magnético (MCF), para una pequeña región de densidad y temperatura, existen numerosas condiciones de resonancias. Esto último haría que, en

esta región, las fluctuaciones en densidad y temperatura del plasma, atenúen el efecto de las resonancias de energía cero, y el mismo no sea observable [11]. En cambio, sí podría jugar un papel importante en el confinamiento inercial. Para exponer esto último, calculamos la frecuencia de la reacción de recombinación radiativa para un núcleo en reposo,

$$n_e \langle \sigma_r v \rangle = n_e \int d^3v_e f(v_e) v_e \sigma(v_e)$$

donde, por simplicidad, consideramos  $f$  como la función de distribución de Maxwell-Boltzmann. En la figura 6 mostramos este resultado para el Hidrógeno ( $H^+ + e^- \rightarrow H + \gamma$ ) y el Helio ( $He^{++} + e^- \rightarrow He^+ + \gamma$ ) en un plasma de densidad  $n = 10^{25} \text{ cm}^{-3}$ . Para esta densidad, es posible tratar al plasma como clásico a partir de  $T = 1 \text{ keV}$ . En la figura podemos observar la importancia de estas resonancias.

## Conclusiones

Las resonancias de energía cero estudiadas en este artículo se producen en presencia de un estado final o inicial del continuo electrón-ion con un potencial de interacción apantallado. Hemos mostrado que estas resonancias pueden tener una gran importancia en los esquemas de confinamiento inercial, llegando a cambiar significativamente las tasas de reacción de los procesos estudiados. En cambio, en el confinamiento magnético, el estudio hecho sugiere que los efectos se atenuarían. Por otro lado, al haber identificado correctamente el origen de estas resonancias, podemos predecir que afectarán a todos los procesos de física atómica en plasmas en los que estas condiciones tan simples y recurrentes ocurran. Así, por ejemplo, es de esperar que aparezcan en la ionización de átomos o iones por impacto de electrones, o en su proceso inverso, la recombinación de tres cuerpos, en la recombinación dielectrónica, o en los procesos de autoionización, sólo por nombrar algunos procesos atómicos relevantes.

## Referencias

- [1] V. P. Shevelko and L. A. Vainshtein, Atomic Physics for Hot Plasmas (IOP Publishing Ltd., 1993).
- [2] R. K. Janev, Atomic and Molecular Processes in Fusion Edge Plasmas (Springer, 1995).
- [3] D. Salzmann, Atomic Physics in Hot Plasmas (Oxford University Press Inc., 1998).
- [4] N. A. Krall and A. W. Trivelpiece, Principles of Plasma Physics (McGraw-Hill, Inc., 1973).
- [5] K. Gottfried, Quantum Mechanics: Volume I (W. A. Benjamin, 1966).

- [6] R. O. Barrachina, Nucl. Instr. Meth. B **124**, 198 (1997).
- [7] J. Gillespie, Final State Interaction (San Francisco: Holden – Day Inc., 1964).
- [8] J. R. Taylor, Scattering Theory: The Quantum Theory on Nonrelativistic Collisions (New York: John Wiley & Sons, 1972).
- [9] A. Galindo and P. Pascual, Quantum Mechanics: Volume I (Springer, 1990).
- [10] S. T. Ma, Aust. J. Phys. **7**, 365 (1954).
- [11] C. R. Garibotti and R. O. Barrachina, Phys. Rev. A **28**, 2792 (1983).
- [12] C. Y. Lin and Y. K. Ho, Eur. Phys. J. D **57**, 21 (2010).
- [13] J. Neufeld and R. H. Ritchie, Phys. Rev. **98**, 1632 (1955)

## Figuras

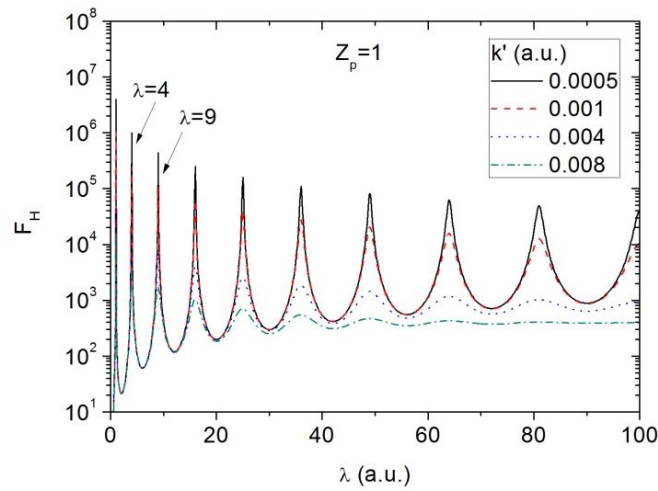


Figura 1: Factor de distorsión del potencial de Hulthén como función de la correspondiente longitud de apantallamiento  $\lambda$  para distintos valores del impulso  $k'$  del electrón. Se observa claramente la aparición de resonancias de energía cero para valores característicos de  $\lambda$ .

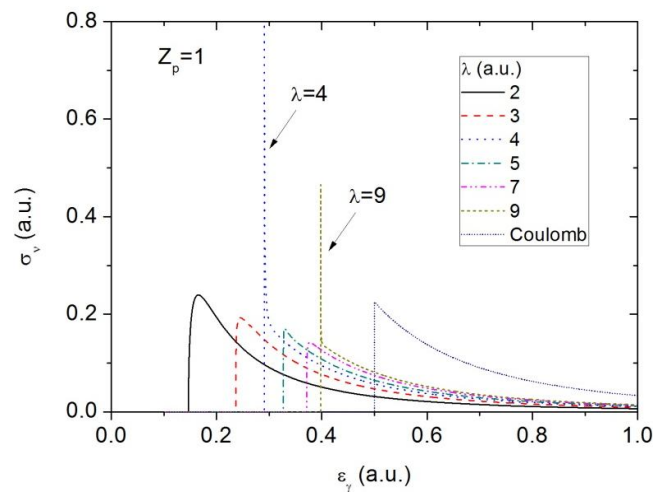


Figura 2. Sección eficaz de fotoionización del átomo de Hidrógeno en función de la energía del fotón para distintas longitudes de apantallamiento. La resonancia correspondiente a  $\lambda = 4$  a.u. coincide con la estudiada en la referencia [12] y erróneamente atribuida a una resonancia de forma de onda  $p$ .

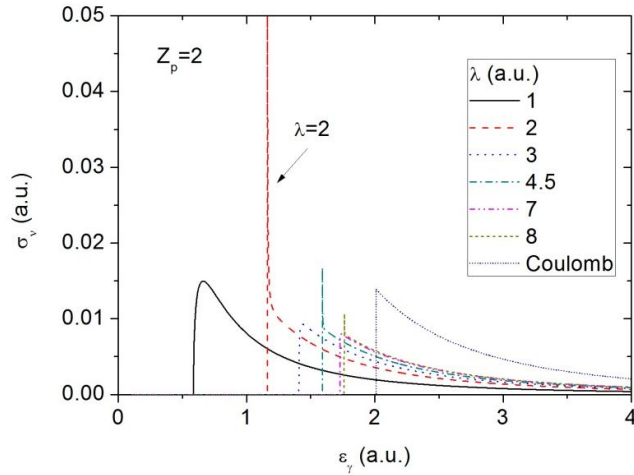


Figura 3. Sección eficaz de fotoionización del ion  $\text{He}^+$  en función de la energía del fotón para distintas longitudes de apantallamiento. La resonancia correspondiente a  $\lambda = 2$  a.u. coincide con la estudiada en la referencia [12] y erróneamente atribuida a una resonancia de forma de onda  $p$ .

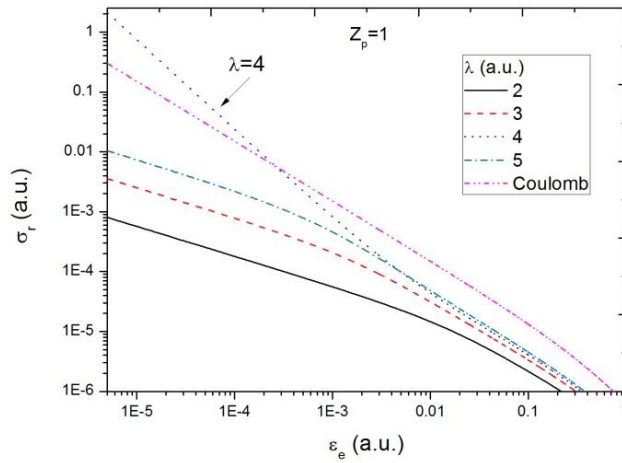


Figura 4. Sección eficaz de recombinación radiativa del ion  $\text{H}^+$  en función de la energía del electrón para distintas longitudes de apantallamiento. Para la condición de resonancia,  $\lambda = 4$  a. u., se observa que la sección eficaz diverge más rápidamente que para el caso coulombiano.



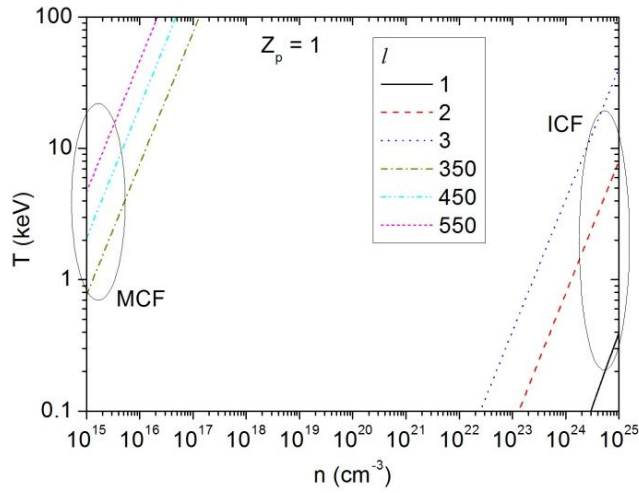


Figura 5. Diagrama de Temperatura vs. densidad del plasma en el cual se muestran distintas condiciones de resonancias de energía cero en las regiones de confinamiento inercial (ICF) y magnético (MCF).

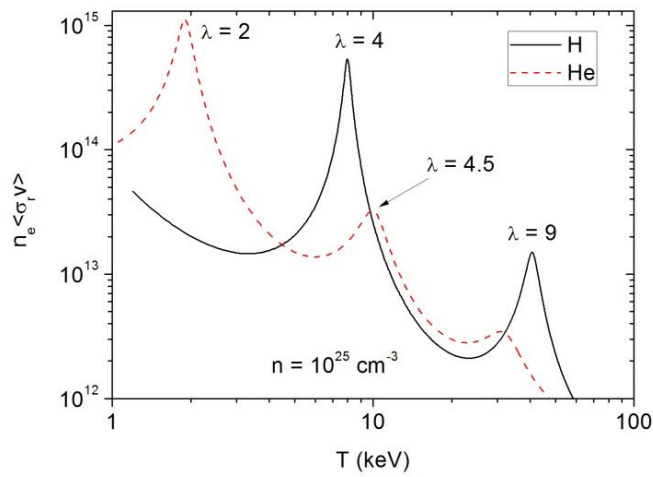


Figura 6. Frecuencia de la reacción de recombinación radiativa para los iones  $\text{H}^+$  y  $\text{He}^{++}$  para un plasma de confinamiento inercial (ICF) en función de la temperatura. En la figura se observa que, para las temperaturas correspondientes a un apantallamiento en condición de resonancia, la frecuencia de la reacción aumenta hasta más de un orden de magnitud en algunos casos.