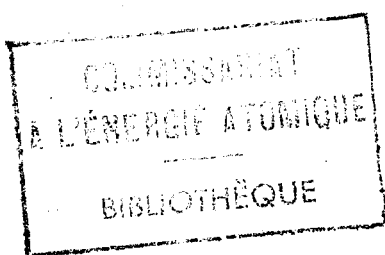


27606

dl.e

- NOTE C.E.A. N° 206 -



Service des Accélérateurs

**DETERIORATION DE L'INDICE D'UN CHAMP PAR L'INTRODUCTION D'UN
FRAGMENT DE MATERIAU FAIBLEMENT FERROMAGNETIQUE**

par

E. PILLET

- Juin 1957 -

MF / PA / RE

Service des Accélérateurs

DETERIORATION DE L'INDICE D'UN CHAMP PAR L'INTRODUCTION
D'UN FRAGMENT DE MATERIAU FAIBLEMENT FERROMAGNETIQUE

par

E. PILLET

(Rapport intérieur n° OC 46 de février 1957)

R.57.1403

- Juin 1957 -

DETERIORATION DE L'INDICE D'UN CHAMP PAR L'INTRODUCTION
D'UN FRAGMENT DE MATERIAU FAIBLEMENT FERROMAGNETIQUE.

A - Origine du problème.

Les portes de chambre en dural étant trop conductrices, les courants de Foucault y provoquaient une détérioration exagérée de l'indice, il fut décidé de remplacer le dural par de l'acier inoxydable amagnétique. Malgré la garantie du fournisseur ($\frac{\mu}{\mu_0} \leq 1,01$) il est intéressant de voir si le faible magnétisme correspondant ne risque pas de créer une nouvelle détérioration, du sens contraire de la précédente.

B - Insuffisance des méthodes classiques.

En dehors de l'expérimentation directe, malheureusement impossible avant la livraison des portes elles-mêmes, faute de posséder des échantillons suffisamment importants d'acier inoxydable (qualité Virgo 15 A de F.A.C.) il ne peut pas être question d'utiliser, sans précautions, un tracé de Lehmann ou une étude à la cuve à fond modelé, car la détérioration s'obtiendrait comme la différence entre les indices relevés sur deux études différentes, la précision serait insuffisante.

C - Méthode différentielle.

Le matériau introduit peut être considéré comme linéaire, on peut donc appliquer le principe de superposition et on cherchera à déterminer le champ supplémentaire qui se superpose, en tous points intérieurs au fragment, au champ normal, la détérioration de l'indice est égale à l'indice de ce champ supplémentaire, rapporté au B_0 du champ normal.

D'où le mode opératoire :

- a) par une des méthodes classiques (Lehmann ou cuve), on détermine le champ normal primitif en insistant particulièrement sur la région où sera situé le fragment ;
- b) par la même méthode, on étudie le champ après l'introduction du fragment en insistant encore sur la même région qui est celle où la perturbation est la plus grande ;
- c) on obtient, par différence, le champ perturbateur toujours dans cette même région ;
- d) on prolonge ce dernier champ à tout l'espace intéressé.

Les surfaces à potentiel imposé sont maintenant des surfaces à potentiel nul, ce sera le cas, en particulier des surfaces polaires et du plan médian.

Il semble que l'on soit, dans des conditions particulièrement intéressantes pour le travail à la cuve analogique ou la mesure expérimentale porte sur des potentiels, la différence entre les potentiels relevés pour a) et b) donne automatiquement les potentiels pour d).

Une remarque, toutefois, s'impose pour la simulation de la perméabilité relative du matériau pour d). En effet :

soit μ_0 la perméabilité de l'espace
" μ_1 " " " du fragment

Dans la mesure a) on avait partout $B = \mu_0 H$

Dans la mesure b) on avait

$$B_1' = \mu_0 H_1' \quad \text{en tous points } \underline{\text{hors du fragment}}$$

et $B_1'' = \mu_1 H_1'' \quad \text{" " " du fragment}$

Dans d) nous devons prendre

$$B_2 = B_1 - B \quad \text{et} \quad H_2 = H_1 - H$$

ce qui donne $\mu_2 = \frac{B_2}{H_2} = \frac{B_1 - B}{H_1 - H}$

hors du fragment il vient $\mu_2' = \frac{\mu_0 H_1' - \mu_0 H}{H_1' - H} = \mu_0$

il n'y a rien de changé, mais dans le fragment il vient :

$$\mu_2'' = \frac{\mu_1 H_1'' - \mu_0 H}{H_1'' - H}$$

Posons $\frac{\mu_1}{\mu_0} = 1 + x \quad \mu_2'' = \mu_0 \frac{H_1'' - H + x H_1''}{H_1'' - H} = \mu_0 \left[1 + \frac{x H_1''}{H_1'' - H} \right]$

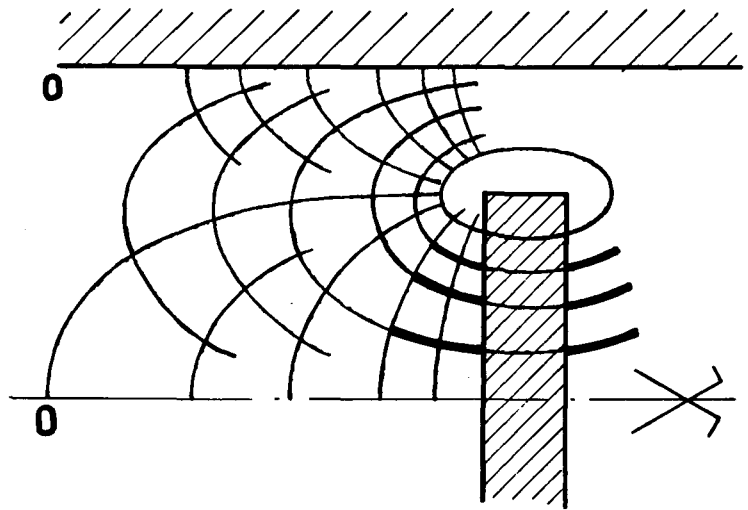
Mais H_1'' est $< H$ et ne varie pas proportionnellement à H , donc :

1°) μ_2'' est négatif

2°) μ_2'' est variable en tous points.

Il est impossible de représenter l'emplacement du fragment, même par un fond modelé, pour la mesure d). Il faut donc utiliser le contour extérieur du fragment comme une condition aux limites et fixer les variations du potentiel le long de ce contour. Au lieu de ponctuer les variations du potentiel le long du contour,

on aura intérêt à matérialiser les amorces de quelques surfaces équipotentiellles dont la recherche du prolongement ne dépend plus de ce qui se passe dans la région hachurée. Une surface entourant l'extrémité du fragment pourra même, avantageusement être prise en totalité, tout ceci se faisant dans la région où la perturbation est le mieux connue.



D - Calcul approché.

On peut considérer que la méthode différentielle revient à déterminer l'aimantation réduite dans le fragment sous l'action du champ total au droit du fragment, puis à étudier le champ créé par cette aimantation dans toute la région utile.

En simplifiant un peu la géométrie du système, on peut évaluer approximativement la solution du problème, comme cela a été fait pour l'étude des circuits correcteurs (voir note OC-18, NEYRET G.) ou pour l'influence des courants de Foucault dans les éléments de chambre (voir note OC-13, NEYRET G.).

Supposons que le champ initial soit uniforme, c'est-à-dire que nous nous plaçons entre 2 surfaces polaires équipotentiellles, parallèles et indéfinies, le fragment étant un parallélépipède très allongé placé parallèlement au champ initial.

Les symétries élémentaires nous permettent de restreindre l'étude à 1/4 de l'espace.

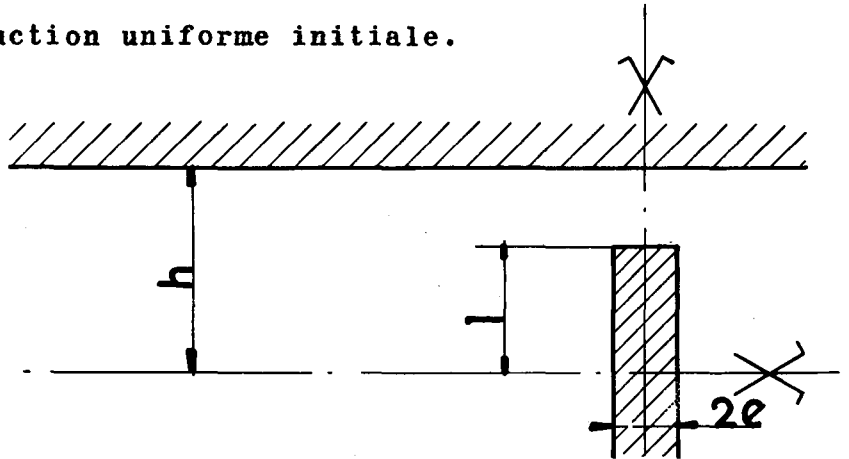
Soit : $2h$ l'épaisseur totale de l'entrefer.

$2l$ la longueur du fragment et $2e$ son épaisseur.

soit $\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + x$ sa perméabilité relative.

et, enfin, B_0 l'induction uniforme initiale.

Le champ total qui baigne le fragment est la somme B du champ initial $\frac{B_0}{\mu_0}$ et du champ propre à l'aimantation du fragment. Nous



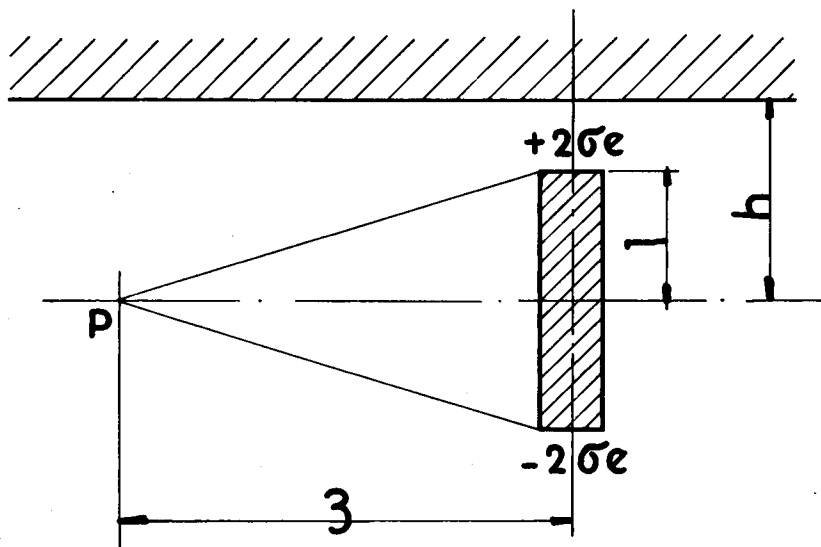
devons donc, puisque tout est linéaire, partir d'une aimantation inconnue \mathcal{J} du fragment, que nous supposerons uniforme puisque x est, au maximum, de $\frac{1}{100}$, et en déduire le champ perturbateur en tous points, y compris dans le fragment lui-même ce qui donnera une équation pour calculer \mathcal{J} .

Pour tenir compte des surfaces polaires nous utiliserons la théorie des images.

L'aimantation \mathcal{J} fait apparaître sur la face supérieure du fragment une densité de masse magnétique fictive $\sigma = \mu_0 \mathcal{J}$.

On est ainsi conduit à prendre $\sigma = B_0 x$, comme si le champ n'était pas modifié par l'aimantation du fragment, ce qui n'est possible que parce que x est faible (0,01) (voir calcul annexes I et II).

Induction induite en tous points du plan médian.



Le Δn créé en P par l'aimantation du fragment est donné par la formule (voir annexe III).

$$\Delta n = \frac{r_0 e \pi x}{h^2} \frac{\sin \frac{\pi l}{h} \operatorname{sh} \frac{\pi z}{h}}{(\operatorname{ch} \pi \frac{z}{h} - \cos \pi \frac{l}{h})^2}$$

Dans le cas des portes de chambre de Saturne on a :

$$h = 8,75 \text{ cm} \quad l = 7,25 \text{ cm} \quad e = 0,75 \text{ cm}$$

$$\text{d'où l'on tire } \frac{\pi l}{h} \rightarrow 149^\circ \quad \sin \frac{\pi l}{h} = 0,515 \quad \cos \frac{\pi l}{h} = -0,857$$

Plaçons nous d'abord, afin de faciliter certaines comparaisons ultérieures à 12 cm de la porte, il vient :

$$\operatorname{sh} \pi \frac{12}{8,75} = \operatorname{sh} 4,31 = \frac{1}{2} (e^{4,31} - e^{-4,31}) = \frac{1}{2} (74,33 - \frac{1}{74,33}) = 37,16$$

et

$$\operatorname{ch} \pi \frac{12}{8,75} = \frac{1}{2} (74,33 + \frac{1}{74,33}) = 37,17$$

et, enfin

$$\Delta n (12 \text{ cm}) = \frac{845 \cdot 0,75 \cdot \pi \cdot 0,01}{8,75} \cdot \frac{0,515 \cdot 37,16}{(37,17 + 0,86)^2} = 0,00344$$

à 9 cm (limite extrême de la largeur utile à l'injection) on aurait de même $\Delta n = 0,00924$.

Il semble donc que la détérioration de n , constante à toutes inductions B_0 , ne présente aucun danger.

Malheureusement, les calculs précédents qui supposent :

- a) les pôles indéfinis,
- b) les pôles infiniment perméables,

sont optimistes et il est pratiquement impossible d'imaginer le coefficient de sécurité à adopter ?

E - Autre méthode approchée.

Il est donc intéressant d'essayer une autre approximation qui présentera l'avantage de permettre une comparaison avec les résultats expérimentaux.

Cette nouvelle méthode consiste à chercher le rapport entre la détérioration due à l'aimantation du fragment et celle due aux courants de Foucault induits dans le même fragment en admettant que ce rapport soit celui des moments des deux dipôles correspondants.

1°) Moment du dipôle dû aux courants de Foucault.

Dans la double couche symétrique d'épaisseur dx circule le courant

$$dI = \frac{2 \times L \frac{dB}{dt}}{\rho \frac{2L}{2l dx}} = \frac{2lx}{\rho} \frac{dB}{dt} dx$$

Le moment élémentaire correspondant, par unité de longueur azimutale est $\frac{dM^t}{L} = 2x \, dl$

d'où

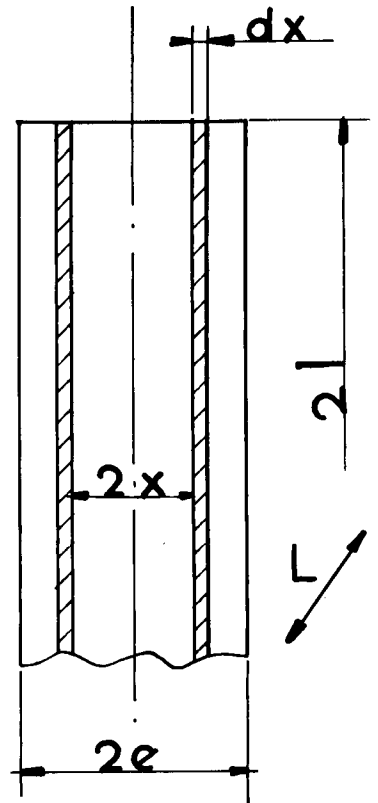
$$\frac{M^t_c}{L} = \int_0^e \frac{4lx^2}{\rho} \frac{dB}{dt} dx = \frac{4}{3} \frac{l}{\rho} \frac{dB}{dt} e^3$$

2°) Moment du dipôle dû à l'aimantation.

$$\frac{M^t_A}{L} = \frac{\sigma \text{Vol}}{L\mu_0} = \frac{x B 4e l}{\mu_0}$$

Le rapport

$$\frac{M^t_A}{M^t_c} = \frac{x B 4e l}{\mu_0} \cdot \frac{3\rho}{4l \frac{dB}{dt} e^3} = \frac{3x \rho B}{\mu_0 e^2 \frac{dB}{dt}}$$



Plaçons nous dans les conditions les plus défavorables c'est-à-dire à l'injection par laquelle $B = 0,0324 \text{ T}$, et $\frac{dB}{dt} = 2 \text{ T s}^{-1}$, il vient, en adoptant $\rho = 80 \cdot 10^{-8}$

$$\left(\frac{M^t_A}{M^t_c}\right)_{inj} = \frac{3 \cdot 0,01 \cdot 80 \cdot 10^{-8} \cdot 324 \cdot 10^{-4}}{4r \cdot 10^{-7} \cdot 0,75^2 \cdot 10^{-4} \cdot 2} = 5,5$$

Or, des expériences non publiées du groupe OC permettent de connaître la détérioration due aux courants de Foucault, non pas dans une porte en acier inoxydable mais dans une porte en dural pour lequel la résistivité a été prise égale à $4 \cdot 10^{-8}$ ce qui conduit à une détérioration 20 fois plus forte.

A 16 cm de l'orbite d'équilibre, donc à 12 cm de la porte on a trouvé $\Delta n = -66 \cdot 10^{-3}$.

Ce qui conduirait, pour l'action de l'aimantation de l'acier

inoxydable à :

$$\Delta n = + 66 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{5,5}{20} = 18,2 \cdot 10^{-3}$$

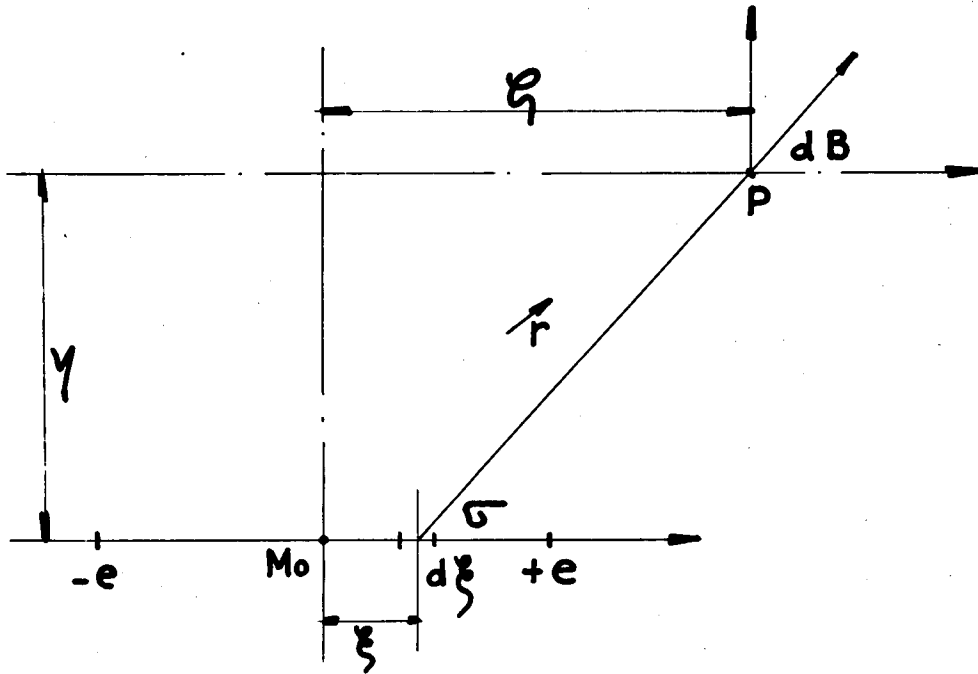
sont un peu plus de 5 fois le résultat du calcul précédent.

Ce qui donnerait, pour la détermination extrême à l'injection :

$$\Delta n = 0,00924 \cdot \frac{18,2}{3,44} = 0,049$$

ANNEXE 1

Action magnétique d'une densité σ sur une nappe de largeur finie et de longueur infinie.



$$d\vec{B} = \frac{\sigma d\xi \vec{n}}{2\pi r^2}$$

avec

$$r^2 = \eta^2 + (\xi - \xi_0)^2$$

Les deux composantes sont :

$$dB_{\xi} = \frac{\xi - \xi_0}{2\pi r^2} \sigma d\xi$$

$$dB_{\eta} = \frac{\eta}{2\pi r^2} \sigma d\xi$$

d'où :

$$1^{\circ) \quad B_{\xi} = \frac{\sigma}{2\pi} \int_{-e}^{+e} \frac{(\xi - \xi_0) d\xi}{\eta^2 + (\xi - \xi_0)^2} = \frac{\sigma}{4\pi} \left[\frac{\eta^2 + (\xi + e)^2}{\eta^2 + (\xi - e)^2} \right]$$

ou encore :

$$B_{\xi} = \frac{\sigma}{4\pi} \left[1 + \frac{4e\xi}{\eta^2 + (\xi - e)^2} \right]$$

dès que $4e\xi$ est petit devant r^2 la formule peut se simplifier.

$$B_{\xi} \approx \frac{\sigma}{4\pi} \frac{4e\xi}{\eta^2 + (\xi - e)^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\sigma e \xi}{\pi r_0^2}$$

$$2^{\circ}) \quad B_{\eta} = \frac{\sigma}{2\pi} \int_{-e}^{+e} \frac{\eta d\xi}{\eta^2 + (\xi - \xi)^2} = \frac{\sigma}{2\pi} \left[\text{Antg} \frac{\xi + e}{\eta} - \text{Antg} \frac{\xi - e}{\eta} \right]$$

ou encore :

$$B_{\eta} = \frac{\sigma}{2\pi} \text{Antg} \frac{2e\eta}{\eta^2 + \xi^2 - e^2}$$

qui peut se simplifier comme B_{ξ}

$$B_{\eta} \approx \frac{\sigma}{2\pi} \frac{2e\eta}{\eta^2 + \xi^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\sigma e \eta}{\pi r_0^2}$$

Nous utiliserons ces calculs, soit sur l'axe $\xi = 0$ pour la détermination de σ en fonction de B_0 , soit sur le plan médian. Dans tous les cas les formules approchées sont utilisables pour les images des densités $+m - \sigma$ et pour la densité $-\sigma$ elle-même. Par contre, lors de la recherche le long de $\xi = 0$, au voisinage de la densité $+\sigma$ il faut prendre

$$B_y = \frac{\sigma}{2\pi} \left(\text{Antg} \frac{z}{\eta} - \text{Antg} \frac{-z}{\eta} \right) = \frac{\sigma}{\pi} \text{Antg} \frac{z}{\eta}$$

ANNEXE 2

Calcul de l'induction totale au droit de la face supérieure du fragment.

Soit P sur l'axe $\xi = 0$, à la distance y du plan médian.

Si la formule approchée était partout valable nous aurions pour l'induction parasite la valeur

$$B_i = \frac{\sigma e}{\pi} \sum_{p=-\infty}^{p+\infty} \left(\frac{1}{y-l-2ph} - \frac{1}{y+l-2ph} \right)$$

mais, au voisinage de $y = l$ nous devons remplacer le terme

$$\frac{1}{y-l} \text{ par } \frac{1}{e} \operatorname{Artg} \frac{e}{y-l}$$

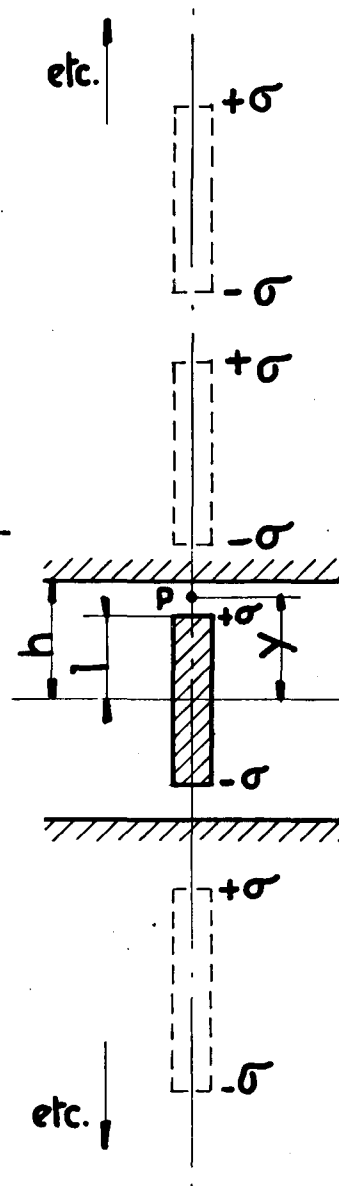
d'où :

$$B_i = \frac{\sigma e}{\pi} \sum_p \frac{2l}{(y-2ph)^2 - l^2} + \frac{\sigma}{\pi} \left(\operatorname{Artg} \frac{e}{y-l} - \frac{e}{y-l} \right)$$

quantité dont il faut calculer les limites quand y tend vers l par valeurs croissantes ou décroissantes.

a) $\frac{e}{y-l}$ tend vers $\pm \infty$ et $\operatorname{Artg} \frac{e}{y-l}$ tend vers $\pm \frac{\pi}{2}$

b) $\sum_p \frac{2l}{(y-2ph)^2 - l^2} = \frac{\pi}{h} \frac{\sin \frac{\pi l}{h}}{\cos \frac{\pi l}{h} - \cos \pi \frac{y}{h}}$



(voir la note GAH.MPI de G. AHIER et M. PAUTHIER)

posons $y - 1 = \varepsilon$, il vient pour $\varepsilon > 0$

$$\begin{aligned} B_i &\approx \frac{\sigma_0}{h} \frac{\sin \frac{\pi l}{h}}{\sin \frac{\pi l}{h} \cdot \frac{\pi \varepsilon}{h} \left[1 + \frac{\pi \varepsilon}{2h} \cotg \pi \frac{l}{h} \right]} + \frac{\sigma}{\pi} A \cotg \frac{\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{\sigma}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \\ &= \frac{\sigma_0}{\pi \varepsilon} \left[-\frac{\pi \varepsilon}{2h} \cotg \pi \frac{l}{h} \right] + \frac{\sigma}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon^3}{3\varepsilon^3} \right] \\ &= \frac{\sigma}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon}{h} \cotg \pi \frac{l}{h} \right) - \frac{\sigma \varepsilon}{\pi \varepsilon} + \frac{\sigma \varepsilon^3}{3\pi \varepsilon^3} \end{aligned}$$

on aurait, de même, pour $\varepsilon < 0$

$$B_i = (1 + \chi) \left[-\frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon}{h} \cotg \pi \frac{l}{h} \right) - \frac{\sigma \varepsilon}{\pi \varepsilon} + \frac{\sigma \varepsilon^3}{3\pi \varepsilon^3} \right]$$

l'équation de continuité de B totale donne pour $\varepsilon = 0$

$$B_0 + \frac{\sigma}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon}{h} \cotg \pi \frac{l}{h} \right) = (1 + \chi) \left[B_0 - \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon}{h} \cotg \pi \frac{l}{h} \right) \right]$$

d'où

$$\sigma = \frac{\chi B_0}{1 + \frac{\chi}{2} - \frac{\chi \varepsilon}{2h} \cotg \pi \frac{l}{h}}$$

dans l'application numérique il vient, pour le dénominateur

$$1 + 0,005 + \frac{0,01 \cdot 0,75}{17,5} 1,66 = 1,012$$

Il est bien évident que $X = 1,01 - 1$ n'est pas connu à 1 pour cent près nous prendrons donc

$$\sigma = \chi B_0$$

ANNEXE 3

Calcul de l'induction totale en tous points du plan médian.

Ici, la formule approchée est partout valable ; il vient :

$$B_i = \frac{\sigma_e}{\pi} \sum_p \left[\frac{2ph-l}{(2ph-l)^2+z^2} - \frac{2ph+l}{(2ph+l)^2+z^2} \right]$$

Comme plus haut, les \sum sont connues, et on a :

$$B_i = -\frac{\sigma_e}{h} \frac{\sin \frac{\pi l}{h}}{\operatorname{ch} \pi \frac{z}{h} - \cos \frac{\pi l}{h}}$$

Le Δn local dû au fragment est donc :

$$\Delta n_{(z)} = \frac{r_2}{B_0} \cdot \frac{dB_i}{dz} = \frac{r_0}{B_0} \frac{\sigma_e \pi}{h^2} \frac{\sin \frac{\pi l}{h} \operatorname{ch} \pi \frac{z}{h}}{(\operatorname{ch} \pi \frac{z}{h} - \cos \frac{\pi l}{h})^2}$$

c'est-à-dire, en remplaçant σ par $B_0 \lambda$

$$\Delta n_{(z)} = \frac{r_0 e \pi \lambda}{h^2} \frac{\sin \frac{\pi l}{h} \operatorname{ch} \pi \frac{z}{h}}{(\operatorname{ch} \pi \frac{z}{h} - \cos \frac{\pi l}{h})^2}$$

