

CEA-R-4243 - FROELICHER Bernard

CONTRIBUTION A LA MESURE DE LA REPOSE IMPULSIONNELLE D'UN
REACTEUR NUCLEAIRE PAR EXCITATION PSEUDO-ALEATOIRE DE
SOURCE

Sommaire. - L'étude a pour base la détermination de la réponse impulsionnelle d'un réacteur nucléaire sous-critique. Le réacteur est excité par un générateur de neutrons modulé pseudo-aléatoirement au moyen d'un registre à décalage. Le signal de sortie est fourni par des détecteurs neutroniques. On calcule les fonctions d'intercorrélation entre le signal exciteur et les signaux issus des détecteurs ainsi que les fonctions d'autocorrélation des détecteurs. La réponse impulsionnelle du réacteur - assimilée à une exponentielle décroissante - est comparée aux fonctions de corrélation. Les différentes causes d'erreurs sont mises en évidence. Pour ce faire on détermine préalablement : 1) l'influence de l'échantillonnage sur la forme du spectre de densité de puissance ; 2) l'influence de la quantification sur la précision des fonctions de corrélation ; 3) l'influence du temps fini d'observation sur la variance de l'estimation de la fonction de corrélation et, par suite de la transformation de Fourier, sur la précision du spectre de densité de puissance. On cherche à déterminer dans quelle mesure il est possible de s'affranchir des défauts

CEA-R-4243 - FROELICHER Bernard

MEASUREMENT OF THE PULSE RESPONSE OF A NUCLEAR REACTOR
BY PSEUDO RANDOM EXCITATION

Summary. This investigation was based on the determination of the pulse response of a subcritical nuclear reactor. The reactor was excited by a pseudo random modulated neutron generator using a shifting register. The output signal was provided by neutron detectors. The intercorrelation functions between the exciting signal and the signals from the detectors and the autocorrelation functions of the detectors were calculated. The pulse response of the reactor, considered as an exponential decay, was compared with the correlation functions. The different sources of error were established. This was accomplished by predetermining : the effect of sampling on the form of the power density spectra ; the effect of quantization on the accuracy of the correlation functions ; the effect of the finite time of observation on the variance in the estimation of the correlation function and, using the Fourier transformation, on the accuracy attainable in the power density spectra. An attempt is made to determine to what extent excitation faults can be eliminated using a deconvolution operation. Experimental difficulties were largely overcome in

de l'installation en effectuant une opération de désenclenchement. L'aspect expérimental a été largement élargi lors de chaque principale étape de l'expérimentation : préparation et réglage de l'électronique des chaînes de détection, expérience classique servant de référence, conditionnement des données numériques et enfin traitement sur ordinateur.

1971

120 p.

Commissariat à l'Énergie Atomique - France

the following stages : construction and control of the electronics of the detection unit, classical experiment serving as a reference, presentation of the numerical data, and finally computer handling.

1971

120 p.

Commissariat à l'Énergie Atomique - France

COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE

7.2

**CONTRIBUTION A LA MESURE
DE LA REPOSE IMPULSIONNELLE
D'UN REACTEUR NUCLEAIRE
PAR EXCITATION PSEUDO-ALEATOIRE
DE SOURCE**

*par**Bernard FROELICHER*

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay

Rapport CEA-R-4243**1971**
Ka***SERVICE CENTRAL DE DOCUMENTATION DU C.E.A.****C.E.N.-SACLAY B.P. n°2, 91-GIF-sur-YVETTE-France**

T H E S E

PRESENTÉE

**A LA FACULTE DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITE DE GRENOBLE**

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR ES SCIENCES APPLIQUEES PHYSIQUES

par

Bernard FROELICHER

**CONTRIBUTION A LA MESURE DE LA REPONSE IMPULSIONNELLE
D'UN REACTEUR NUCLEAIRE PAR EXCITATION PSEUDO-ALEATOIRE DE SOURCE**

Soutenue le 27 mai 1971, devant la Commission d'Examen

MM. R. PAUTHENEY Président

**G. BONNET
R. PERRET Examinateurs**

J. MAX Invité

- Rapport CEA-R-4243 -

**Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Services d'Electronique de Saclay
Service d'Electronique des Réacteurs**

**CONTRIBUTION A LA MESURE DE LA REPONSE IMPULSIONNELLE
D'UN REACTEUR NUCLEAIRE PAR EXCITATION PSEUDO-ALEATOIRE DE SOURCE**

par

Bernard FROELICHER

- Novembre 1971 -

AVANT-PROPOS.

La nécessité de traiter un nombre toujours plus grand de signaux de surveillance et de contrôle des grands appareils scientifiques, la diversité et la masse des données obtenues à chaque manipulation, la complexité croissante du dépouillement des résultats ont conduit les constructeurs à installer un calculateur numérique auprès de chaque réalisation, qu'elle soit, par exemple, un réacteur nucléaire, un accélérateur de particules ou un simulateur de vol.

On s'intéresse ici aux réacteurs nucléaires. La réaction de fission en chaîne qui a lieu au coeur du réacteur est particulièrement bien suivie par les détecteurs de neutrons, que ce soient des chambres à fission du type CFU7 ou des chambres d'ionisation telles que les 3C2B. Le principe de fonctionnement de ces détecteurs est tel que l'on est en droit de considérer le signal délivré comme une fonction aléatoire : d'une part chaque particule traversant le détecteur engendre toujours la même "réponse élémentaire", d'autre part le nombre de particules traversant le détecteur par unité de temps est un nombre aléatoire, le plus souvent à répartition gaussienne centrée autour d'une valeur moyenne fonction de l'état du réacteur.

On sait que l'étude expérimentale des fonctions aléatoires demande énormément de calcul numérique. Le but de cette étude est de mettre en évidence l'intérêt que peut présenter l'utilisation d'un ordinateur lors de l'étude des signaux issus d'un réacteur nucléaire.

Outre la théorie du fonctionnement d'un réacteur [10] [11] [14] il est donc nécessaire de connaître les fondements de la théorie des fonctions aléatoires [1], [2], [3], [4], et plus spécialement la spécialité connue sous le nom de Traitement du Signal [5], [6], [7], [8], [9]. Les connaissances demandées pour mener à bien les calculs numériques sur ordinateur peuvent être puisées dans l'importante littérature que le constructeur fournit avec la machine (ici la société I.B.M.), ainsi que dans des ouvrages de base comme ceux de MINEUR [12] et HAMMING [13].

On rencontrera successivement trois parties :

La première partie rappelle les loi de la numérisation des fonctions aléatoires : le chapitre 1 présente des résultats relatifs à l'échantillonnage et montre leur importance lors du problème de la transformée de Fourier numérique. Le chapitre 2 est consacré à la quantification des signaux à fonction de répartition gaussienne. Le chapitre 3 traite des bruits à fonction de répartition non gaussienne.

La seconde partie simule d'une part les opérations qui ont conduit aux résultats de la théorie de la quantification présentés ci-dessus, et d'autre part propose une étude de la propagation de l'erreur au cours de l'opération de transformation de Fourier.

La simulation se situe à mi-chemin entre l'étude théorique précédente et l'étude expérimentale qui va suivre ; c'est principalement le calcul sur ordinateur de diverses fonctions de corrélation.

Le chapitre 1 expose la méthode d'obtention des divers signaux nécessaires. Le chapitre 2 groupe les calculs de corrélation effectués tant sur des signaux gaussiens que non gaussiens.

L'étude de l'erreur (chapitre 3) permet de calculer la variance de l'estimation de la fonction transformée, en fonction de la variance de l'estimation de la fonction origine. Afin de rester près de la réalité physique des phénomènes deux types d'erreurs sont considérés : une erreur à répartition uniforme, indépendante sur chaque point, représentant par exemple les erreurs dues à la quantification (de la fonction origine) et une erreur à répartition gaussienne, non indépendante, correspondant par exemple à l'erreur statistique des fonctions de corrélation.

La troisième partie est entièrement expérimentale : exemple d'utilisation d'un calculateur numérique à la détermination de la caractéristique de transfert d'un réacteur nucléaire, par excitation aléatoire de source. Le réacteur est assimilé à un circuit linéaire du premier ordre et le dépouillement des résultats (par une opération de déconvolution) tient compte du fait que l'excitation s'éloigne d'un bruit blanc.

1ère PARTIE.

1. Echantillonnage

Transformée de Fourier numérique.

1.1. Rappel.

Echantillonner un signal analogique, c'est se limiter à ne considérer la valeur analogique de ce signal qu'en des instants bien précis, déterminés selon un mode choisi au préalable.

Le théorème de l'échantillonnage - ou théorème de SHANNON - détermine la longueur de l'intervalle entre deux échantillons (par exemple un temps Δt) en fonction d'une des caractéristiques du signal étudié, dans ce cas le spectre de densité de puissance.

$$\Delta t : \frac{1}{2B}$$

B = fréquence du spectre au-delà de laquelle ce spectre est nul.

Dans ces conditions un échantillonnage plus serré s'avère inutile et n'apporte aucune information supplémentaire sur la fonction puisqu'il est possible de la reconstituer entièrement à partir des valeurs d'échantillonnage.

De nombreux auteurs se sont penchés sur le problème de l'échantillonnage des fonctions analogiques et l'on peut trouver sans difficulté dans la

littérature la théorie et la solution des différents problèmes techniques.

Le recueil de J. MARCUS [18] propose un résumé clair des différentes méthodes d'échantillonnage et de reconstitution du signal original. BLACKMAN et TUKEY [15] et BLACKMAN [20] se sont également penchés sur les techniques d'échantillonnage et de calcul du spectre de densité de puissance d'un signal, le spectre étant obtenu soit par la méthode directe, soit par la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation.

La théorie approfondie de la transformée de Fourier est présentée par J. ARSAC [15] et la technique du calcul de cette transformée par la méthode dite de "fast fourier transform" [38] permet de gagner beaucoup de temps lorsque le travail est mené sur une calculatrice électronique.

J. L. DUFLOS a proposé une étude chiffrant la perte d'information due à l'échantillonnage dans la détection des signaux faibles [28].

Enfin J. M. FAUQUE [105] a étudié théoriquement et expérimentalement les divers problèmes soulevés lors de la détermination de la densité spectrale d'un signal par la méthode de corrélation (calcul de la fonction de corrélation puis transformée de Fourier).

L'influence du choix des fenêtres temporelles et spectrales et des algorithmes d'intégration est particulièrement bien mis en évidence sur l'étude des spectres comprenant une ou plusieurs fréquences privilégiées. Il est également montré tout l'intérêt que peut présenter la technique du sous-échantillonnage.

1.2. Sommaire.

L'utilisation de la transformée de Fourier rapide conduit bien souvent à une perte d'information puisqu'il est nécessaire d'avoir un nombre d'échantillons qui soit un multiple entier de deux. Il est quelquefois plus utile de faire la transformation par une méthode classique notamment lorsque l'on travaille sur une fonction d'autocorrélation. Le présent chapitre se propose de mettre en évidence, les différentes déformations qui peuvent subvenir au cours des calculs. On retrouvera la classique "fréquence de Nyquist" ainsi que d'autres périodicités introduites par la longueur finie de la fonction d'autocorrélation [21].

Deux méthodes peuvent servir à calculer la transformée de Fourier des fonctions d'autocorrélation.

La première consiste à développer la fonction d'autocorrélation en une série de fonctions orthonormales, et à prendre la somme des transformées de Fourier, généralement connues, des termes de la série. Le système

de fonctions orthonormales à choisir dépend de la forme de la fonction d'auto-corrélation, et comme règle générale, le système qui, pour une approximation donnée nécessite un nombre minimum de termes, est à choisir. La périodicité de Nyquist due au pas fini d'intégration, ainsi que les petites fluctuations quasi-périodiques dues à l'intervalle fini d'intégration numérique n'apparaissent plus dans le spectre de fréquence lors de l'application de cette première méthode. Ces calculs ne seront pas abordés ici.

La seconde, basée sur une intégration numérique selon la règle des rectangles sera traitée en détail dans ce qui suit.

1.3. Transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation.

Soit $\varphi(\tau)$ la fonction d'autocorrélation. Cette fonction étant réelle et paire, le spectre de fréquence $P(\omega)$ est donné par la relation :

$$P(\omega) = 2 \Delta\tau \sum_{n=0}^N \varphi(n \Delta\tau) \cdot \cos(\omega \cdot n \Delta\tau) \quad (1)$$

dans laquelle $\Delta\tau$ est le pas d'intégration.

L'intégration s'étend de $\tau = 0$ à $\tau = N \Delta\tau$.

Les irrégularités, en particulier les périodicités qui apparaissent dans $P(\omega)$ sont plus faciles à mettre en évidence si l'on développe $\varphi(\tau)$ en une série de fonctions exponentielles orthonormales [7]. Comme précisé dans la référence mentionnée, ce développement correspond à écrire $\varphi(\tau)$ comme suit:

$$\varphi(\tau) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cdot e^{-k\alpha\tau} \quad (2)$$

On reporte (2) dans (1) en interchangeant l'ordre des sommations, il vient :

$$P(\omega) = 2 \Delta\tau \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sum_{n=0}^N e^{-k\alpha n \Delta\tau} \cos(\omega n \Delta\tau) \quad (3)$$

On désigne par $\mathcal{R}_e$ la partie réelle d'un nombre complexe, dans ce cas (3) peut s'écrire :

$$P(\omega) = 2 \Delta \tau \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cdot \mathcal{R}_e \left\{ \sum_{n=0}^N e^{-(k\alpha + i\omega) n \Delta \tau} \right\} \quad (4)$$

La seconde somme étant une série géométrique on obtient :

$$P(\omega) = 2 \Delta \tau \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cdot \mathcal{R}_e \left\{ \frac{1 - e^{-(k\alpha + i\omega)(N+1) \Delta \tau}}{1 - e^{-(k\alpha + i\omega) \Delta \tau}} \right\} \quad (5)$$

Le calcul de la partie réelle de la fraction est aisé. Pour l'effectuer on pose

$$\zeta_k = e^{-k\alpha \Delta \tau} < 1 \quad (6)$$

on obtient alors :

$$P(\omega) = 2 \Delta \tau \sum_{k=1}^{\infty} c_k \left\{ \frac{1 - \zeta_k \cos \omega \Delta \tau}{1 - 2 \zeta_k \cos \omega \Delta \tau + \zeta_k^2} + \zeta_k^{N+1} \frac{(\zeta_k - \cos \omega \Delta \tau) \cos \omega N \Delta \tau + \sin \omega \Delta \tau \cdot \sin \omega N \Delta \tau}{1 - 2 \zeta_k \cos \omega \Delta \tau + \zeta_k^2} \right\} \quad (7)$$

Considérons comme fonction de la variable ω , chaque terme de la série (7) présente deux périodicités, indépendantes de ζ_k , donc de k . Par conséquent, $P(\omega)$ présentera aussi, en général, ces deux périodicités, quel que soit d'ailleurs le système de fonctions orthonormales choisi pour exprimer $\varphi(\tau)$.

La première périodicité, due au pas fini de l'intégration, provient du dénominateur des termes de (7). Pour $\omega \Delta \tau = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ le dénominateur passe par un minimum et $P(\omega)$ devient :

$$P(\omega) = 2\Delta\tau \cdot \sum_{k=1}^{\infty} c_k \frac{1 - \xi_k^{N+1}}{1 - \xi_k} \quad (8)$$

Pour $\omega \Delta \tau = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ on obtient :

$$P(\omega) = 2\Delta\tau \cdot \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cdot \frac{1 - (-\xi_k)^{N+1}}{1 - (-\xi_k)} \quad (9)$$

Il n'est pas possible de dire, a priori, si c'est (8) ou (9) qui correspond à un maximum de $P(\omega)$, mais il est certain que $P(\omega)$ possède des extrema distants de $\omega_1 = \frac{\pi}{\Delta\tau}$.

On reconnaît dans ω_1 la fréquence (angulaire) de Nyquist.

Dans $P(\omega)$, superposées à cette périodicité, il y a des oscillations quasi-périodiques dont la période est déterminée par N , c'est-à-dire la longueur finie de l'intervalle de l'intégration.

En effet, soient deux valeurs ω' et ω'' de ω , voisines l'une de l'autre, et telles que la différence

$$\Delta\omega = \omega' - \omega'' \quad \text{vérifie la relation :}$$

$$\Delta\omega \cdot N \cdot \Delta\tau = 2\pi,$$

Alors $\cos(\omega N \Delta\tau)$ et $\sin(\omega N \Delta\tau)$ reprennent les mêmes valeurs et, N étant grand par rapport à 1, $\cos(\omega \Delta\tau)$ et $\sin(\omega \Delta\tau)$ ne varient pas beaucoup. Par conséquent le numérateur et le dénominateur de chaque terme de (7) varient aussi très peu de sorte que :

$$P(\omega') \approx P(\omega'') \quad \text{pour} \quad \omega' - \omega'' = \Delta\omega = \frac{2\pi}{N\Delta\tau}$$

Ces oscillations sont, comme la périodicité de Nyquist, indépendantes en général de la forme du développement de $\varphi(\tau)$ en série de fonctions orthonormales.

Il est possible de se rendre compte des oscillations de $P(\omega)$ en raisonnant d'une autre façon ;

On peut remarquer que la relation (7) se compose de termes en

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sin(\omega \Delta\tau) & \text{et} \quad \sin(N\omega \Delta\tau) \\ \cos(\omega \Delta\tau) & \text{et} \quad \cos(N\omega \Delta\tau) \end{array} \right.$$

Il est clair que les termes en $N\omega \Delta\tau$ varient N fois plus rapidement que les termes en $\omega \Delta\tau$. Ainsi lorsque ω aura varié d'un $\Delta\omega$ tel que $\sin(N\omega \Delta\tau)$ et $\cos(N\omega \Delta\tau)$ auront repris la même valeur, les termes en $\sin(\omega \Delta\tau)$ et $\cos(\omega \Delta\tau)$ - qui varient N fois moins vite - n'auront été que peu modifiés. Les variations de l'amplitude de $P(\omega)$ suivent donc grossièrement les variations des lignes trigonométriques de $N\omega \Delta\tau$.

1.4. Suppression des oscillations du spectre de fréquence.

On peut remédier à la périodicité de Nyquist en abandonnant l'intégration numérique et en appliquant la première méthode énoncée dans l'introduction.

Mais il est à remarquer que, même en adoptant la méthode d'intégration numérique, il est toujours possible de choisir le pas $\Delta\tau$ de l'intégration tel que le premier extremum, donné par $\omega = \frac{\pi}{\Delta\tau}$, soit rejeté bien au-delà de la région d'intérêt du spectre de fréquence.

Le lien qui existe entre cette étude et l'échantillonnage apparaît ici clairement. En effet, choisir le pas $\Delta\tau$ de l'intégration pour rejeter aussi loin que possible le premier extremum correspond à prendre une fréquence d'échan-

tillonnage nettement supérieure à la fréquence de Nyquist.

Pour remédier aux oscillations de période $\Delta\omega = \frac{2\pi}{N\Delta\tau}$ on peut recourir à deux procédés :

- Le premier, qui n'est d'ailleurs pas toujours applicable, consiste à pousser l'intégration jusqu'à une valeur de τ donc de N , telle que $\varphi(\tau)$ devienne identiquement nulle au-delà de cette valeur. En effet, dans ce cas, les ξ_k^{N+1} dans (7) étant nuls, les oscillations dues à $\cos(N\omega\Delta\tau)$ et $\sin(N\omega\Delta\tau)$ disparaissent complètement. Comme d'après (6) $\xi_k = (\xi_1)^k$, il suffit que $e^{-(N+1)\alpha\Delta\tau}$ soit négligeable devant 1.

- Le second procédé consiste à remplacer $P(\omega)$ par une moyenne pondérée, judicieusement choisie, des valeurs correspondant à des fréquences voisines. Plus précisément $P(\omega)$ est remplacée par :

$$P_m(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^q a_j \left\{ P(\omega + j \frac{\Delta\omega}{2}) + P(\omega - j \frac{\Delta\omega}{2}) \right\} \quad (10)$$

avec :

$$\sum_{j=0}^q a_j = 1 \quad (11)$$

La condition (11) assure l'invariance de $P(\omega)$ lorsque $\Delta\omega = 0$, (temps infini d'intégration), tandis que les coefficients a_j sont choisis tels que la courbe corrigée conserve ses propriétés caractéristiques [16].

Il est possible de montrer que la formule (10) élimine, en partie les oscillations de $P(\omega)$. Afin de simplifier la démonstration, seulement les cas dans lesquels $q = 2$ seront considérés. Dans le cas du "HANNING" les valeurs de a_j sont les suivantes :

$$a_0 = 0,50$$

$$a_1 = 0,50$$

tandis que pour le "HAMMING" :

$$a_0 = 0,54$$

$$a_1 = 0,46$$

Pour des valeurs de ω voisines d'une valeur donnée, ω_0 par exemple, la relation (7) permet d'exprimer $P(\omega)$ sous la forme :

$$P(\omega) = C(\omega_0) + A(\omega_0) \cos\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega}\right) + B(\omega_0) \sin\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega}\right) \quad (12)$$

dans laquelle $\Delta\omega = \frac{2\pi}{N\Delta\tau}$ et

$$A(\omega_0) = 2\Delta\tau \cdot \sum_{k=1}^N C_k \xi_k^{N+1} \frac{\xi_k - \cos \omega_0 \Delta\tau}{1 - 2\xi_k \cos \omega_0 \Delta\tau + \xi_k^2} \quad (13)$$

$$B(\omega_0) = 2\Delta\tau \cdot \sum_{k=1}^N C_k \xi_k^{N+1} \frac{\sin \omega_0 \Delta\tau}{1 - 2\xi_k \cos \omega_0 \Delta\tau + \xi_k^2} \quad (14)$$

$$C(\omega_0) = 2\Delta\tau \cdot \sum_{k=1}^N C_k \frac{1 - \xi_k^2 \cos \omega_0 \Delta\tau}{1 - 2\xi_k \cos \omega_0 \Delta\tau + \xi_k^2} \quad (15)$$

Il est à noter que $C(\omega_0)$ correspond au spectre de fréquences lorsque le temps d'intégration, c'est-à-dire N , tend vers l'infini.

La relation (12) portée dans (10) permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
 P_m(\omega) &= \frac{1}{2} \sum_{j=0}^q a_j \left\{ C(\omega_0) + A(\omega_0) \cos\left(2\pi \cdot \frac{\omega + j \frac{\Delta\omega}{2}}{\Delta\omega}\right) \right. \\
 &\quad + B(\omega_0) \sin\left(2\pi \cdot \frac{\omega + j \frac{\Delta\omega}{2}}{\Delta\omega}\right) \\
 &\quad + C(\omega_0) + A(\omega_0) \cos\left(2\pi \cdot \frac{\omega - j \frac{\Delta\omega}{2}}{\Delta\omega}\right) \\
 &\quad \left. + B(\omega_0) \sin\left(2\pi \cdot \frac{\omega - j \frac{\Delta\omega}{2}}{\Delta\omega}\right) \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{j=0}^q a_j \left\{ 2 C(\omega_0) + A(\omega_0) \cos\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega} + j\pi\right) + B(\omega_0) \sin\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega} + j\pi\right) \right. \\
 &\quad \left. + A(\omega_0) \cos\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega} - j\pi\right) + B(\omega_0) \sin\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega} - j\pi\right) \right\}
 \end{aligned}$$

Or :

$$\cos\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega} \pm j\pi\right) = (-1)^j \cos\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega}\right)$$

$$\sin\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega} \pm j\pi\right) = (-1)^j \sin\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega}\right)$$

$$\begin{aligned}
 P_m(\omega) &= \sum_{j=0}^q a_j \left\{ C(\omega_0) + (-1)^j A(\omega_0) \cos\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega}\right) + (-1)^j B(\omega_0) \sin\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega}\right) \right\} \\
 &= C(\omega_0) \sum_{j=0}^q a_j + \sum_{j=0}^q (-1)^j a_j \left\{ A(\omega_0) \cos\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega}\right) + B(\omega_0) \sin\left(2\pi \frac{\omega}{\Delta\omega}\right) \right\} \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$= C(\omega_0) \quad \text{si} \quad \sum_{j=0}^q (-1)^j a_j = 0 \quad (17)$$

Si la condition ci-dessus est satisfaite, $P_m(\omega)$ égale $C(\omega_0)$, c'est-à-dire le spectre de fréquence $P_m(\omega)$ se rapproche du spectre correspondant à un temps infini et les oscillations de fréquence $\Delta\omega$ sont presque éliminées. On voit que la condition (17) est exacte pour le "HANNING" alors qu'elle n'est qu'approchée pour le "HAMMING".

1.5. Remarque.

Lorsque la fonction d'autocorrélation est elle-même périodique on peut se demander quelle est l'influence de cette périodicité dans la transformation de Fourier.

Soit par exemple une fonction d'autocorrélation

$$\varphi(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 |\tau|$$

Des calculs identiques à ceux effectués au paragraphe précédent conduisent à une fonction $P(\omega)$ composée de deux sommes :

$$S_1 = \Re_e \left\{ \frac{1 - e^{-[\alpha - j(\omega + \omega_0)(N+1)\Delta\tau]}}{1 - e^{-[\alpha - j(\omega + \omega_0)\Delta\tau]}} \right\}$$

$$S_2 = \Re_e \left\{ \frac{1 - e^{-[\alpha - j(\omega - \omega_0)(N+1)\Delta\tau]}}{1 - e^{-[\alpha - j(\omega - \omega_0)\Delta\tau]}} \right\}$$

Chaque somme possède une périodicité propre, de part et d'autre de la périodicité de Nyquist, de sorte que $\omega_0 = \frac{\pi}{\Delta\tau}$ devient en général un extremum relatif.

Lorsque, dans $P(\omega)$ l'on fait tendre N vers l'infini (afin de supprimer les petites oscillations quasi-périodiques), les extrema apparaissent beaucoup mieux.

En effet :

$$P(\omega) = \Delta\tau \cdot \frac{1 - e^{-\alpha\Delta\tau} \cos(\omega + \omega_0)\Delta\tau}{1 + e^{-2\alpha\Delta\tau} - 2e^{-\alpha\Delta\tau} \cos(\omega + \omega_0)\Delta\tau} + \Delta\tau \cdot \frac{1 - e^{-\alpha\Delta\tau} \cos(\omega - \omega_0)\Delta\tau}{1 + e^{-2\alpha\Delta\tau} - 2e^{-\alpha\Delta\tau} \cos(\omega - \omega_0)\Delta\tau} \quad (18)$$

Les deux termes oscillent séparément entre $1/(1 + e^{-\alpha\Delta\tau})$ et $1/(1 - e^{-\alpha\Delta\tau})$ lorsque $(\omega + \omega_0)\Delta\tau$ et $(\omega - \omega_0)\Delta\tau$ varient de $2k\pi$ à $(2k+1)\pi$, ($k = 1, 2, 3, \dots$).

1.6. CONCLUSION.

On voit qu'il est impératif de choisir la fréquence d'échantillonnage suffisamment grande pour rejeter aussi loin que possible les déformations (extrema de Nyquist) qui apparaissent dans le spectre et ainsi être sûr que les échantillons représentent bien la fonction.

Le problème des oscillations quasi-périodiques est différent de celui de l'échantillonnage car lié à la technique de calcul de la transformée de Fourier. Ces oscillations n'apparaissent pas lorsque l'on utilise la transformation de Fourier rapide puisque l'on ne cherche pas à obtenir des valeurs du spectre à l'intérieur de l'intervalle de pulsation $\frac{2\pi}{N\Delta\tau}$.

On voit que la pondération des valeurs de $P(\omega)$ permet d'éliminer les oscillations et ainsi d'obtenir des points à l'intérieur de la zone interdite, tout en conservant les propriétés caractéristiques du spectre.

1ère PARTIE

2. Quantification.

2.1. Rappel - Généralités.

Quantifier l'amplitude d'un signal c'est remplacer cette amplitude par une valeur discrète, déterminée selon un mode choisi au préalable. Généralement les valeurs exactes et les valeurs quantifiées des amplitudes sont proches.

La quantification est inévitable, elle est liée à la précision. En effet, il est matériellement impossible de représenter l'amplitude exacte d'un signal, puisque cette valeur doit s'écrire avec une infinité de chiffres significatifs. Plus le nombre de chiffres significatifs diminue, plus la quantification devient grossière et moins la précision augmente.

La quantification, aussi fine soit-elle, correspond toujours à une perte d'information : il y a abandon total de la partie de l'amplitude comprise entre la valeur exacte et la valeur quantifiée. L'important est de connaître la valeur maximale du rapport de la partie perdue à la partie gardée, compatible avec la bonne précision du résultat.

Enfin, en électronique, la quantification correspond à une simplification de l'appareillage. Calculer sur des nombres représentés par trois ou quatre digits binaires est infiniment plus facile que traiter jusqu'à quarante ou soixante digits par nombre. Par suite, afin de faire des appareils électroniques de dimensions raisonnables il s'avère capital de connaître la plus large quantification compatible avec la précision désirée.

De même que l'échantillonnage, la quantification a été étudiée très finement. On doit à J. MAX [22] une application pratique des études théoriques à la construction de corrélateurs. Les premiers corrélateurs construits étant entièrement digitaux et opérant sur des signaux basses fréquences, la solution aux problèmes électroniques soulevés nécessitait la bonne connaissance des conséquences de la quantification. C'est à G. BONNET [23] [24] que l'on doit l'étude précise, complète et surtout proche de la réalité de la quantification des signaux. Les travaux partiels précédents ont été repris dans une présentation générale et il est ainsi possible de connaître les effets de la quantification - à progression arithmétique ou géométrique - sur la statistique du second ordre des signaux traités [25] [26]. L'utilisation de la fonction caractéristique permet en outre de faire une analogie entre l'étude des effets de la quantification et l'étude des effets de l'échantillonnage ; on retrouve notamment, mais sous une autre forme le problème du "recouvrement des fréquences"

Les paragraphes suivants rappelleront brièvement les résultats relatifs à la quantification de deux signaux puis traiteront de la partie abandonnée du signal lors de la quantification (différence entre la valeur exacte et la valeur quantifiée) et de ses liens avec le signal quantifié.

2.2. Rappel - Quantification de deux signaux.

Le résultat général, présenté par G. BONNET [25] est le suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial u_1 \partial u_2} = & \frac{\partial^2 \phi(0,0)}{\partial u_1 \partial u_2} + \sum_{k_1 \neq 0} \frac{\partial \phi(0, \frac{2k_1\pi}{q_1})}{\partial u_1} \frac{q_2}{q_1} \frac{(-1)^{k_1}}{k_1\pi} \exp(-2\pi i \theta k_1) + \sum_{k_2 \neq 0} \frac{\partial \phi(\frac{2k_2\pi}{q_2}, 0)}{\partial u_2} \frac{q_1}{q_2} \frac{(-1)^{k_2}}{k_2\pi} \exp(-2\pi i \theta k_2) \\ & + \sum_{k_1 \neq 0} \sum_{k_2 \neq 0} \phi(\frac{2k_1\pi}{q_1}, \frac{2k_2\pi}{q_2}) \cdot \frac{q_1 q_2}{h \pi^2} \frac{(-1)^{k_1+k_2}}{k_1 k_2} \cdot \exp[2\pi i \theta (k_1 + k_2)] \end{aligned}$$

dans lequel ϕ représente la fonction caractéristique du signal non quantifié.

$\hat{\phi}$ = fonction caractéristique du signal quantifié.

L'application directe aux signaux gaussiens permet d'écrire la relation entre les coefficients de corrélation avant et après quantification (l'origine de la quantification est choisie de façon à annuler θ)

$$\hat{\rho} = \rho \left\{ 1 + \sum_{\substack{k_1, k_2 \\ k_1 \neq 0}} (-1)^{k_2} \exp \left[-2(k_1 \pi)^2 \left(\frac{\sigma_1}{q_1} \right)^2 \right] + \sum_{\substack{k_1 \\ k_1 \neq 0}} (-1)^{k_1} \exp \left[-2(k_1 \pi)^2 \left(\frac{\sigma_2}{q_2} \right)^2 \right] + \sum_{\substack{k_1, k_2 \\ k_1 \neq 0, k_2 \neq 0}} \frac{1}{4\pi^2} \frac{(-1)^{k_1+k_2}}{k_1 k_2} \left(\frac{q_1}{\sigma_1} \right) \left(\frac{q_2}{\sigma_2} \right) \exp \left(-[2(k_1 \pi)^2 \left(\frac{\sigma_1}{q_1} \right)^2 + 2(k_2 \pi)^2 \left(\frac{\sigma_2}{q_2} \right)^2 + 4\rho k_1 k_2 \pi^2 \frac{\sigma_1}{q_1} \frac{\sigma_2}{q_2}] \right) \right\}$$

Ainsi cette relation permet de voir l'influence de la quantification sur le coefficient de corrélation dans le cas où les deux signaux sont quantifiés.

On voit que la présence du terme $2\pi^2$ dans le coefficient des exponentielles fait décroître ces dernières extrêmement rapidement. Des quantifications aussi grossières que celles présentant un rapport $\frac{\sigma}{q} = 1$ n'altéreront guère le résultat.

Dans le cas où une voie seulement est quantifiée (l'autre restant analogique, comme dans le cas des corrélateurs hybrides) la relation liant les coefficients de corrélation s'écrit :

$$\hat{\rho} = \rho \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \exp \left[-2(k\pi)^2 \left(\frac{\sigma}{q} \right)^2 \right] \right\}$$

Cette très intéressante relation montre que le résultat d'un corrélateur hybride représente, à un facteur multiplicatif près, la corrélation exacte. Les avantages du terme en $2\pi^2$ (≈ 20) dans l'exponentielle est conservé et de plus, la série étant alternée et chaque terme de la série étant décroissant, il est possible de connaître l'erreur maximale commise lorsque l'on ne pousse pas le calcul jusqu'à de très grandes valeurs de k.

2.3. Calcul de l'erreur.

En fait, les relations ci-dessus n'expriment que l'espérance mathématique de la fonction de corrélation quantifiée. Afin de pouvoir juger avec plus de précision les qualités des éventuels corrélateurs (corrélateur entièrement digital dans le cas de la quantification des deux voies ou corrélateur hybride lorsqu'une seule voie est quantifiée) il est nécessaire de calculer l'erreur probable sur le résultat $\hat{\rho}$. Il suffit pour cela de calculer la valeur à l'origine de la dérivée quatrième de la fonction caractéristique à deux dimensions.

Il faut noter toutefois que cette dérivée ne donne que le carré moyen sur un calcul et non la "variance" de la fonction de corrélation, comme l'ont calculé BENDAT [29] ou BLACKMANN et TUKEY [16].

Ce calcul simple permet cependant d'avoir une majoration de l'erreur commise en divisant par le nombre de calculs effectués le résultat donné pour un seul calcul.

L'élaboration de la dérivée quatrième ne présente pas de difficulté de principe. Dans le cas de signaux gaussiens, pour lesquels

$$\phi = \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\sigma_1^2 u_1^2 + \sigma_2^2 u_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 u_1 u_2) \right\}$$

la valeur de l'erreur s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 \phi(0,0)}{\partial u_1^2 \partial u_2^2} &= 2\rho^2 + \left(1 + \frac{1}{12 \frac{\sigma_1^2}{q^2}}\right) \left(1 + \frac{1}{12 \frac{\sigma_2^2}{q^2}}\right) + 2 \sum_{k \neq 0} (-1)^k \left[\rho^2 \left(1 - 4k^2 \pi^2 \frac{\sigma_1^2}{q^2}\right) + \left(1 + \frac{1}{12 \frac{\sigma_1^2}{q^2}}\right) \left(1 + \frac{1}{4k^2 \pi^2 \frac{\sigma_1^2}{q^2}}\right) \right] \\ &\quad \left[\exp\left(-2k^2 \pi^2 \frac{\sigma_2^2}{q^2}\right) \right] \\ &\quad + 2 \sum_{k \neq 0} (-1)^k \left[\rho^2 \left(1 - 4k^2 \pi^2 \frac{\sigma_2^2}{q^2}\right) + \left(1 + \frac{1}{12 \frac{\sigma_2^2}{q^2}}\right) \left(1 + \frac{1}{4k^2 \pi^2 \frac{\sigma_2^2}{q^2}}\right) \right] \left[\exp\left(-2k^2 \pi^2 \frac{\sigma_1^2}{q^2}\right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{\pi^2 \frac{\sigma_1^2}{q^2} \frac{\sigma_2^2}{q^2}} \sum_{k_1, k_2 \neq 0} \frac{(-1)^{k_1+k_2}}{k_1 k_2} \left[\rho^2 k_1 k_2 \pi^2 \frac{\sigma_1 \sigma_2}{q_1 q_2} + \rho \left\{ 1 + \left(\frac{2k_1 \pi \sigma_1}{q_1}\right)^2 + \left(\frac{2k_2 \pi \sigma_2}{q_2}\right)^2 + \frac{\left[1 + \left(\frac{2k_1 \pi \sigma_1}{q_1}\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{2k_2 \pi \sigma_2}{q_2}\right)^2\right]}{2k_1 \pi \sigma_1 \frac{2k_2 \pi \sigma_2}{q_1 q_2}} \right\} \right] \\ &\quad \exp \left\{ - \left[2k_1^2 \pi^2 \left(\frac{\sigma_1}{q_1}\right)^2 + 2k_2^2 \pi^2 \left(\frac{\sigma_2}{q_2}\right)^2 + k_1 k_2 \pi^2 \rho \frac{\sigma_1 \sigma_2}{q_1 q_2} \right] \right\} \end{aligned}$$

Lorsque $\rho = 0$ il doit y avoir factorisation puisque les deux signaux sont indépendants. En effet, en posant $a_i = \frac{2k_i \pi \sigma_i}{q_i}$ il vient :

$$\frac{\partial^4 \phi(0,0)}{\partial u_1^2 \partial u_2^2} = \prod_{i=1}^2 \left[\left(1 + \frac{1}{12 \left(\frac{\sigma_i}{q_i}\right)^2}\right) + \frac{1}{\pi \frac{\sigma_i}{q_i}} \sum_{k_i \neq 0} \frac{(-1)^{k_i}}{k_i} \left\{ \frac{1+a_i^2}{a_i} \exp\left(-\frac{a_i}{2}\right) \right\} \right] \quad i=1,2$$

Dans le cas de la quantification monovoie, le résultat apparaît simplement :

$$\frac{\text{moyenne du carré}}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} = \left(1 + 2\rho^2\right) + \frac{1}{12} \left(\frac{\sigma}{q}\right)^2 + 4 \sum_{k_1, k_2} (-1)^{k_1+k_2} \exp\left(-2\left(\frac{k_1 \sigma}{q}\right)^2\right) \left[\left(1 + \frac{1}{\left(\frac{2k_1 \sigma}{q}\right)^2}\right) + \rho^2 \left[1 - \left(\frac{2k_1 \sigma}{q}\right)^2\right] \right]$$

Dans les deux cas la variance sur un calcul s'obtient en soustrayant le carré de l'espérance de la fonction de corrélation respectivement à chacun des résultats ci-dessus.

2.4. Etude de la partie abandonnée du signal.

Soient x une variable aléatoire laplacienne centrée et $P_x(x)$ sa fonction de répartition.

$$P_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp(-x^2/2\sigma^2)$$

Soit $\hat{x}$ une nouvelle variable obtenue par quantification de x avec des niveaux de quantification de largeur q .

$$\hat{x} = mq \quad \text{avec} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$$

Il est possible de définir une nouvelle variable c :

$$c = x - \hat{x} = \text{partie abandonnée du signal lors de la quantification.}$$

Il est clair que l'étude de la variable c peut renseigner sur la quantification et sur les caractéristiques de la variable x dont c est issue. Cependant les résultats qui vont suivre montreront que les caractéristiques de x ne peuvent être retrouvées qu'avec beaucoup de difficultés et que l'étude de la partie abandonnée du signal ne peut pas apporter de grandes informations.

2.4.1. Fonction de répartition de c .

Ce résultat est bien connu et de plus peut être retrouvé facilement:

$$P_c(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp\left\{- (mq+c)^2/2\sigma^2\right\} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} P_x(mq+c)$$

Afin de donner plus de généralités on modifie cette relation en posant :

$$p = \frac{q}{\sigma} \quad \text{et} \quad x = \frac{c}{q}$$

Il vient :

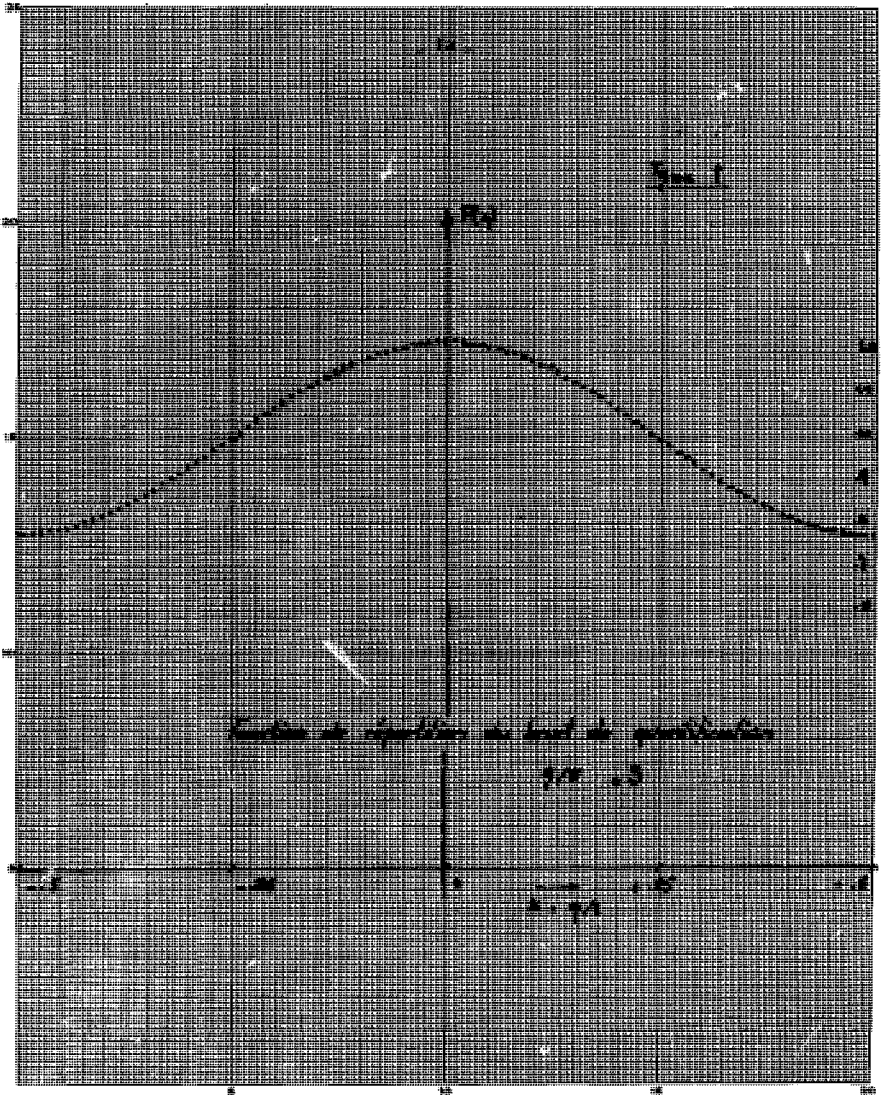
$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} p^2 x^2\right) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{p m^2}{2}\right) \exp(-m p^2 x)$$

$P(x)$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées lorsque l'on choisit l'axe des x comme abscisses. Le calcul de la relation ci-dessus a donc été mené dans l'intervalle $]0, \frac{1}{2}[$, pour plusieurs valeurs de q/σ : (8 valeurs, soient : $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3$). Le calcul de la somme a été stoppé lorsqu'un terme devenait inférieur à la valeur du 1er divisé par 10^9 . Ceci a conduit, pour les huit cas étudiés aux valeurs de m suivantes : (respectivement $m = 27, 14, 9, 7, 5, 4, 4, 3$). La figure 1 montre le cas n° 8 soit $q/\sigma = 3$. La répartition peut être considérée comme uniforme, jusqu'à $q/\sigma = 1$, soit une largeur du niveau de quantification égale à la variance.

2.4.2. Fonction caractéristique à une dimension de c - Variance.

Par définition, la fonction caractéristique à une dimension s'écrit :

$$\begin{aligned} \Gamma_c(\xi) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\xi c} P_c(c) dc = \int_{-q/2}^{+q/2} e^{-i\xi c} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} P_x(mq+c) dc \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Gamma_x\left(\frac{2k\pi}{q}\right) \frac{\sin\left(\frac{q\xi}{2} - k\pi\right)}{\frac{q\xi}{2} - k\pi} \end{aligned}$$



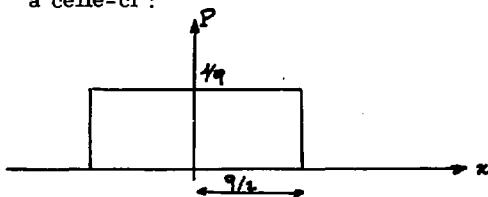
Pour un signal à moyenne nulle, la variance changée de signe est égale à la valeur à l'origine de la dérivée seconde de la fonction caractéristique. Le cas particulier d'un signal laplacien centré conduit au résultat suivant :

$$\text{Variance} = \frac{\sigma^2}{12} + \frac{\sigma^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2} \exp \left[-2(k\pi)^2 \left(\frac{\sigma}{q} \right)^2 \right]$$

On voit que la variance se compose d'une partie principale en $\sigma^2/12$ (correction de SHEPPARD) et d'une somme dont la décroissance est liée au rapport σ/q .

Lorsque la quantification est très fine la décroissance de la somme est extrêmement rapide, par suite de la valeur élevée de $(\sigma/q)^2$ d'une part, et de la présence du terme en $2\pi^2 \approx 20$ dans l'exposant d'autre part.

On sait qu'un signal qui aurait une fonction de répartition semblable à celle-ci :



aurait une variance égale à $q^2/12$

Dans le cas très particulier considéré ici, on peut prétendre qu'inversement lorsque l'on trouve $q^2/12$ comme

variance du bruit de quantification, c'est que la fonction de répartition de ce bruit était proche d'une répartition uniforme.

Ainsi, grâce au terme $2\pi^2$, le rapport σ/q peut prendre des valeurs faibles, sans pour cela que la distribution du bruit de quantification s'éloigne trop d'une distribution uniforme.

La relation exprimant la variance a été vérifiée sur calculateur électronique. Un signal laplacien centré, de variance 225 a été quantifié selon le schéma suivant :

Toutes les valeurs de l'intervalle $[-37,5, +37,5]$ ont été prises égales à zéro

Toutes les valeurs de l'intervalle $[+37,5 + 112,5]$ ont été prises égales à $+75,0$

Par suite $= \frac{225}{75} = 3.$

La variance calculée sur 100 000 échantillons a été trouvée égale à :

468,44

Valeur de $q^2/12 = 75 \cdot 75/12 = 468,75$

Le premier terme de la série est négligeable [exp (-180)]. La différence vient du fait que le nombre d'échantillons n'est pas compatible avec la précision de la relation exprimant le calcul de la variance.

2.4.3. Fonction caractéristique à deux dimensions - Corrélation.

La méthode de calcul est la même que celle utilisée au paragraphe précédent. On rencontre successivement les différentes étapes :

Fonction caractéristique à deux dimensions :

$$\Gamma_2(\xi_1, \xi_2) = \sum_{k_1, k_2}^{+\infty} \Gamma_2\left(\frac{2k_1\pi}{q_1}, \frac{2k_2\pi}{q_2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{\xi_1 q_1}{2} - k_1\pi\right)}{\frac{\xi_1 q_1}{2} - k_1\pi} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\xi_2 q_2}{2} - k_2\pi\right)}{\frac{\xi_2 q_2}{2} - k_2\pi}$$

Dans le cas de signaux laplaciens centrés pour lesquels :

$$\Gamma_2 = \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\xi_1^2 \sigma_1^2 + 2\rho \xi_1 \xi_2 \sigma_1 \sigma_2 + \xi_2^2 \sigma_2^2) \right\}$$

la fonction de corrélation s'écrit :

$$\frac{1}{h^2} \sum_{\substack{k_1, k_2 \\ \neq 0}} \frac{(-1)^{k_1+k_2}}{k_1 k_2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{2k_1\pi\sigma_1}{q_1} \right)^2 \right] \cdot \exp \left[-\rho \cdot \frac{2k_1\pi\sigma_1}{q_1} \cdot \frac{2k_2\pi\sigma_2}{q_2} \right] \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{2k_2\pi\sigma_2}{q_2} \right)^2 \right]$$

Cette relation prouve que le bruit de quantification n'est pas totalement indépendant de la corrélation qui lie les deux signaux quantifiés. Cependant il est extrêmement difficile de trouver ρ lorsque l'on ne connaît que la corrélation de "c".

2.5. Liaison entre un premier signal quantifié et le bruit de quantification d'un second signal.

L'intérêt de la connaissance de cette fonction est académique puisque la relation du paragraphe précédent montre que peu d'information est perdue dans le bruit de quantification. Le calcul de cette fonction caractéristique chiffre simplement la dépendance des deux variables.

On trouve :

$$\Gamma(\xi_1, \xi_2) = \sum_{k_1, k_2} \Gamma\left(\xi_1 + \frac{2k_1\pi}{q_1}, \frac{2k_2\pi}{q_2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{\xi_1 q_1}{2} + k_1\pi\right)}{\frac{\xi_1 q_1}{2} + k_1\pi} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\xi_2 q_2}{2} - k_2\pi\right)}{\frac{\xi_2 q_2}{2} - k_2\pi}$$

En remplaçant Γ par sa valeur il est possible de traiter le cas de signaux laplaciens.

1ère PARTIE.

3. Signaux non gaussiens.

3.1. Sommaire.

Il vient d'être rappelé brièvement la modification des fonctions de corrélation de signaux après leur quantification.

A ce niveau, un signal Y peut être considéré comme une suite de nombres liés entre eux par un coefficient de corrélation ρ . La répartition est gaussienne. Ce signal peut donc être le résultat du passage d'un premier signal X à travers un quelconque système linéaire. Ce premier signal peut être une suite de nombres indépendants entre eux, à répartition gaussienne.

Nous avons vu que tous les calculs précédents avaient pu être menés parce que la fonction de répartition des signaux suivait une loi de Gauss. L'expression simple de cette fonction permet de poursuivre les investigations plus avant et notamment d'étudier l'effet de la quantification sur Y.

Or le cas de signaux non gaussiens est totalement différent. En effet, lorsque la fonction de répartition du premier signal X est uniforme, celle de Y est inconnue et dépend du système linéaire considéré plus haut. Il semble assez délicat d'établir une formulation théorique. Les quelques considérations qui vont suivre permettent d'éclaircir le problème posé et de donner une méthode approchée de résolution.

3.2. Fonction de répartition.

Supposons que l'entrée E d'un système linéaire quelconque soit constituée d'une suite de nombres indépendants à répartition uniforme. Que devient la fonction de répartition de la sortie Y ?

Le théorème central limite permet de dire, sous certaines conditions, que lorsque la mémoire du système linéaire devient infinie, la répartition de Y est une répartition gaussienne. Ce cas par suite est à rapprocher de l'étude précédente, il ne sera donc pas traité ici.

Que peut-on dire de Y lorsque le système linéaire effectue une sommation sur 1, 2, quelques valeurs de l'entrée E ?

Ce cas est difficile à étudier théoriquement, aussi sera-t-il approché expérimentalement par l'étude de la distribution de la sortie Y.

Soit $E = a_i$ = suite de nombres indépendants à répartition uniforme dans $(-A, +A)$.

La réponse du système linéaire à l'instant t , aux impulsions d'entrée d'amplitude a_i qui se présentent aux instants $t_i \leq t$ est donnée par la relation:

$$y(t) = \sum_{i=1}^N a_i h(t - t_i)$$

où $h(t)$ est la réponse percussionnelle du système linéaire. Si l'on pose :

$$h_i = h(t - t_i)$$

il vient :

$$y(t) = \sum_{i=1}^N a_i h_i$$

La probabilité d'avoir $y(t)$ compris entre y et $y + dy$ est :

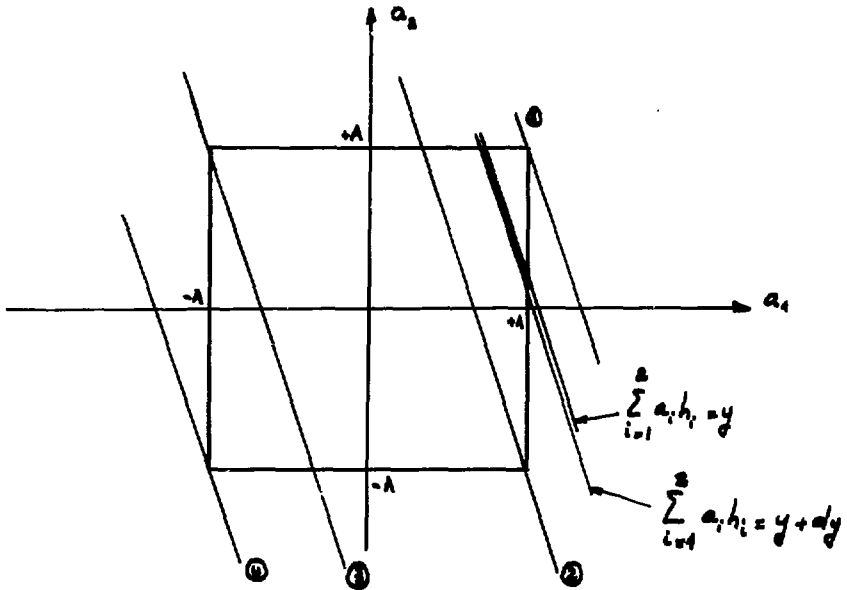
$$\begin{aligned} P(y) dy &= \Pr [y < y(t) \leq y + dy] \\ &= \Pr [y < \sum_{i=1}^N a_i h_i \leq y + dy] \end{aligned}$$

soit :

$$P(y) = \int_{y < \sum_{i=1}^N a_i h_i \leq y + dy} da_1 \dots da_N \quad (19)$$

Pour une plus grande compréhension, on supposera dans une première étape que la somme réalisée dans le calcul de $y(t)$ se limite à $N = 2$.

On peut donc dessiner la figure suivante :



Dans ce cas particulier la relation (19) peut se comprendre comme un calcul de la surface appartenant au carré et comprise entre les deux droites

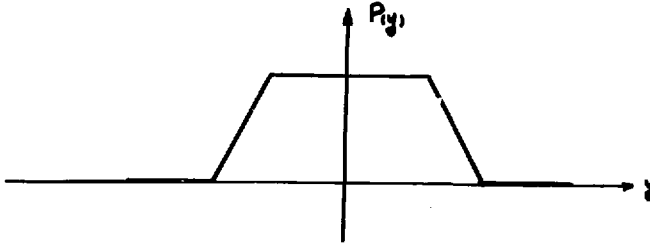
$$\sum_{i=1}^2 a_i h_i = y$$

$$\sum_{i=1}^2 a_i h_i = y + dy$$

Lorsque y varie de telle sorte que la droite $\sum_{i=1}^2 a_i h_i = y$ se déplace de la position (1) à la position (2), l'élément de surface $P(y)$ croît linéairement en fonction de y .

Lorsque la variation de y provoque le déplacement de ② à ③ l'élément de surface reste constant, de même $P(y)$, et enfin dans la troisième partie du dessin $P(y)$ décroît linéairement jusqu'à zéro.

Par suite, la fonction de répartition présentera l'allure suivante :



La pente de la partie linéaire est liée aux valeurs de h_1 , les limites de $P(y)$ sont fixées par l'amplitude des variations des nombres indépendants qui constituent l'entrée E.

Lorsqu'il y a non plus 2, mais 3, 4, ... N valeurs de $a_i h_i$ dans la somme constitutive de Y, alors il est nécessaire de calculer des variations d'élément de volumes : respectivement cubes, hypercubes, ... coupés par deux plans, hyperplans ... infiniment voisins, afin d'avoir les valeurs correspondantes de $P(y)$.

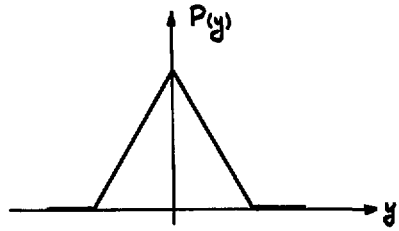
On remarque dans le cas $N = 2$ que $P(y)$ présente des points anguleux correspondant aux coïncidences de la droite $\sum_{i=1}^2 a_i h_i = y$ avec les angles de la surface (a_1, a_2). De même, dans le cas plus général où N est quelconque $P(y)$ présentera des cassures lorsque le plan passera par une modification de la forme du volume.

Pour un N relativement grand, $P(y)$ aura l'allure d'une fonction continue, tout en étant constituée d'une suite de courbes.

Il existe un cas particulier : celui où les h_i sont tous égaux à 1. On voit dans ce cas, que d'une part la droite $\sum_{i=1}^2 a_i h_i = y$ est une bissectrice, et

que d'autre part $P(y)$ possède la forme suivante :

La partie linéaire a évidemment disparu.



Dans ce cas particulier, lorsque $N \rightarrow \infty$ on peut rigoureusement appliquer le théorème central limite et la limite de $P(y)$ sera une fonction de Gauss.

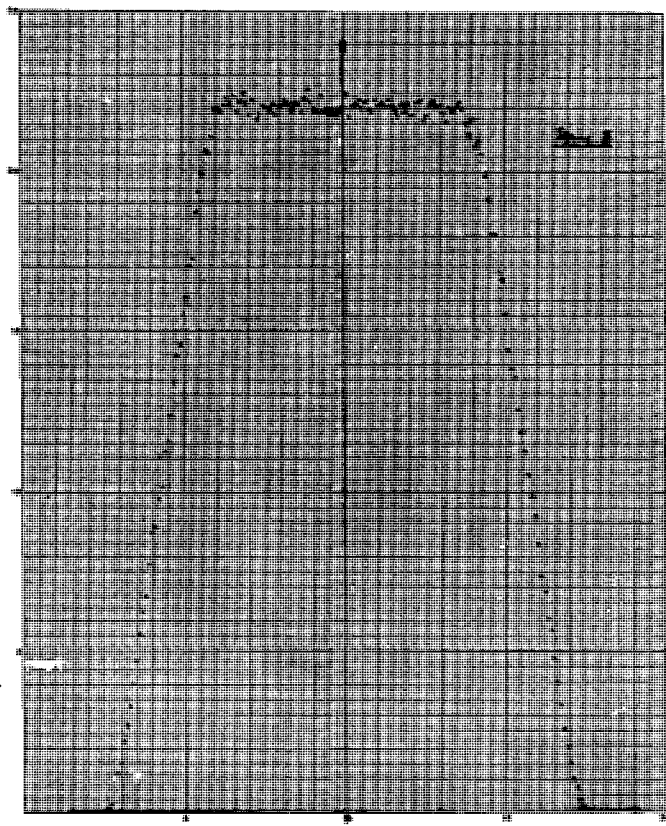
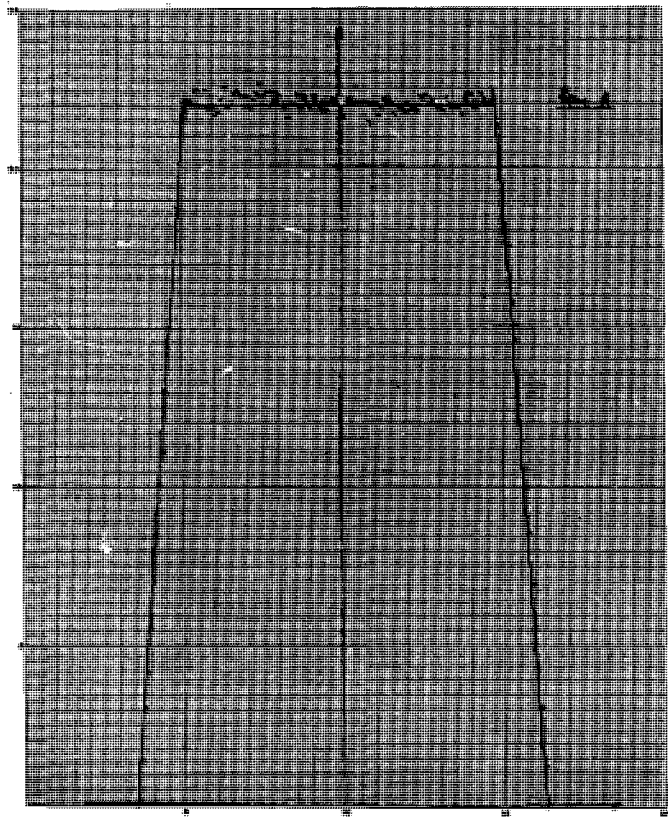
Un exemple traité au calculateur électronique précise ces considérations.

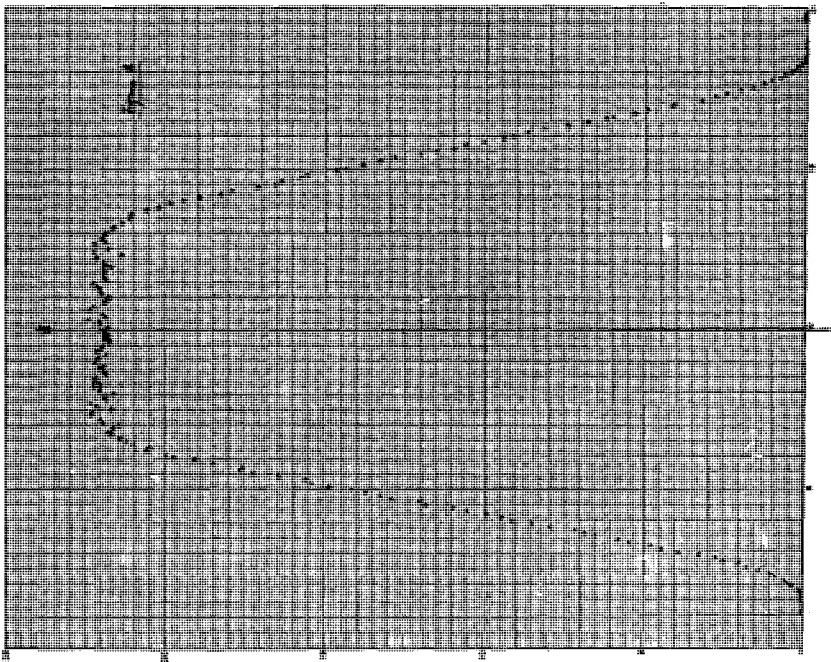
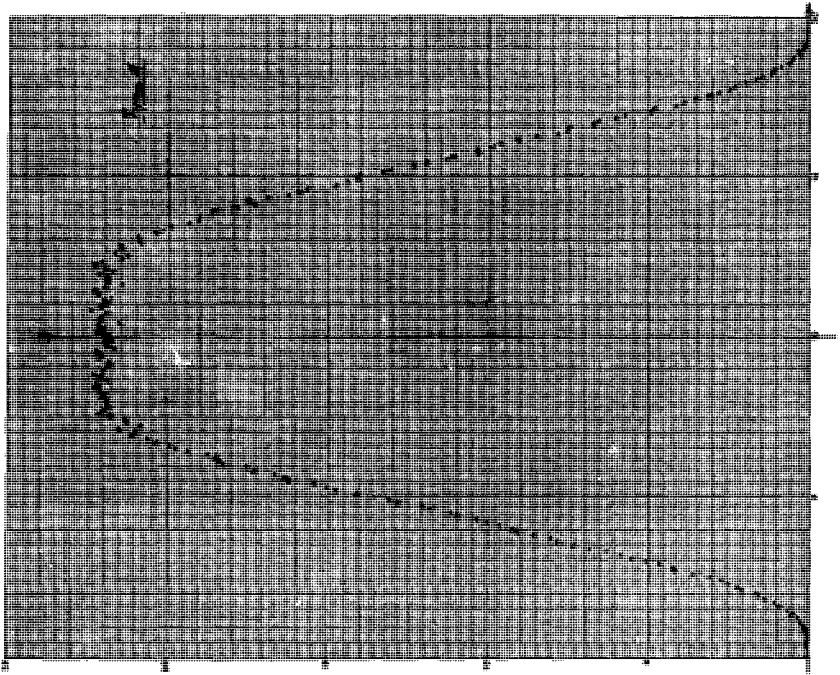
L'intégrale (19) a été calculée par une méthode de Monte-Carlo sur 1.000.000 de tirages, et pour $N = 2, 3, 4, 5, 50$. Ce sont les figure n° 2, 3, 4, 5, 6.

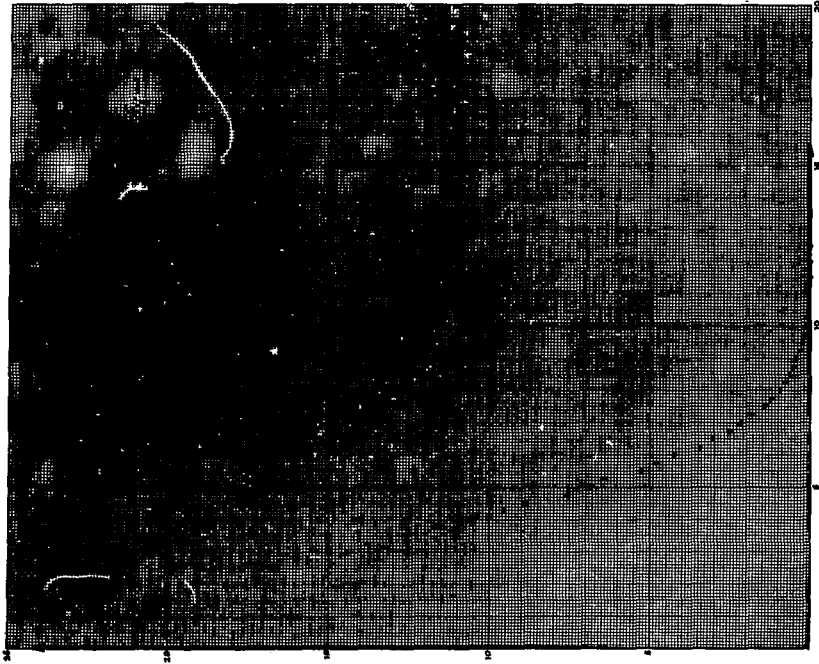
On retrouve bien la forme escomptée pour $N = 2$. La dispersion du palier est inhérente à la méthode de calcul, il aurait fallu faire un nombre de tirages plus important. Seul le temps de calcul sur machine a imposé cette limite.

La figure 6 prouve que lorsque N tend vers un nombre grand la fonction de répartition du signal de sortie Y tend vers une courbe de Gauss.

Le manque d'une expression théorique de la fonction de répartition a empêché tout calcul des fonctions de corrélation. Cependant, dans des cas particuliers, si l'on désire un résultat partiel, il est possible d'approcher une des courbes 2, 3, 4 ou 5 par une expression analytique simple et par suite il devient possible de reprendre les calculs de fonctions caractéristiques.







2ème PARTIE.

1. Simulation.

1.1. Introduction.

Les calculs théoriques qui viennent d'être présentés au cours de la première partie offrent le grand avantage d'être généraux. Cependant ils ne sont peut-être pas très "physiques" et il a paru utile de faire toucher du doigt les modifications que pouvaient subir les caractéristiques statistiques d'un signal lors de sa numérisation.

La simulation du calcul de la réponse impulsionnelle d'un système linéaire (par excitation selon un bruit blanc, suivie d'intercorrélation) a été élaborée puis menée sur un ordinateur numérique IBM 7094.

Dans ce cas particulier, l'utilisation d'un ordinateur numérique présente quelques inconvénients. En effet, il est impossible d'effectuer des calculs de corrélation - calculs extrêmement longs - sur un très grand nombre d'échantillons. Les relations théoriques que l'on désire vérifier ne peuvent donc l'être que partiellement; cette limitation sera clairement mise en évidence au cours de ce chapitre.

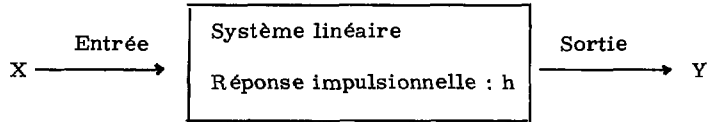
Par ailleurs, le ordinateur numérique est dans l'impossibilité totale de vérifier la partie des résultats portant sur la corrélation entre un signal numérisé et un signal analogique. Le recours au calcul hybride est ici absolument nécessaire, mais on sait que ce genre de calcul en est encore, en France, à ses balbutiements, et la vérification ci-dessus n'a pu être entreprise.

Par contre, seul le ordinateur numérique offre la possibilité d'effectuer des centaines de fois les mêmes calculs sur les mêmes données : cet avantage énorme a finalement orienté le choix.

Cent mille échantillons par voie ont été calculés, puis mis en mémoire sur une bande magnétique.

1.2. Méthode.

On s'attache à calculer la corrélation entre l'entrée et la sortie d'un système linéaire selon le schéma suivant :



- l'entrée est une fonction aléatoire laplacienne, obtenue à partir d'une suite de nombres au hasard,
- le système linéaire est un filtre séquentiel.

1.3. Création du signal d'entrée.

A partir d'une suite de nombres indépendants, à répartition uniforme entre deux bornes variables, le problème consiste à créer une suite de nombre indépendants, à répartition gaussienne, de variance σ^2 et de moyenne m .

Le problème peut se résoudre par une méthode statistique ou par une méthode analytique. Pour plus de simplicité on créera un signal à moyenne nulle.

1.3.1. Méthode statistique.

Soit a_i un nombre choisi entre deux bornes $\pm A$.

$A \approx 10 \sigma$ avec σ = écart type de la future distribution.

On cherche quelle est la probabilité de rencontrer ce nombre a_i dans la suite que l'on est en train de créer.

Soit p_i cette probabilité :

$$p_i = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - a_i^2 / 2 \sigma^2 \right\}$$

Compte tenu de la valeur de p_i il est nécessaire d'avoir un critère qui dira si le nombre a_i est à garder ou à rejeter.

Pour cela, on tire un second nombre au hasard, à répartition uniforme, entre 0 et $\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$. Soit b_i ce nombre.

Si b_i est inférieur à p_i le nombre a_i fait partie de la future répartition, il est mis en mémoire. Si b_i est supérieur à p_i , le nombre a_i est refusé, il faut recommencer l'opération par le tirage d'un nouveau nombre a_i .

1.3.2. Méthode analytique.

Soit a_i un nombre au hasard, à répartition uniforme entre 0 et + 1.

On suppose que ce nombre est un point de la fonction cumulative

$$C(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx.$$

Il vient :

$$a_i \sigma\sqrt{2\pi} = \int_{-\infty}^x e^{-x^2/2\sigma^2} dx.$$

Le nombre x qui satisfait l'équation ci-dessus est un point de la suite gaussienne cherchée.

La méthode utilisée dans la suite des calculs est la méthode analytique : d'une part elle est légèrement plus courte que la méthode de Monte-Carlo, et d'autre part elle n'impose pas une limitation à la valeur des nombres de la suite gaussienne.

Les courbes 7, 8, 9, montrent respectivement la fonction de répartition, la droite de Henry et la fonction d'autocorrélation du signal d'entrée X .

1.4. Système linéaire.

La simulation est opérée par un simple filtre séquentiel, agissant sur cinquante valeurs, selon une exponentielle pure.

On dispose d'une première suite, signal d'entrée X , de 100 000 échantillons statistiquement indépendants.

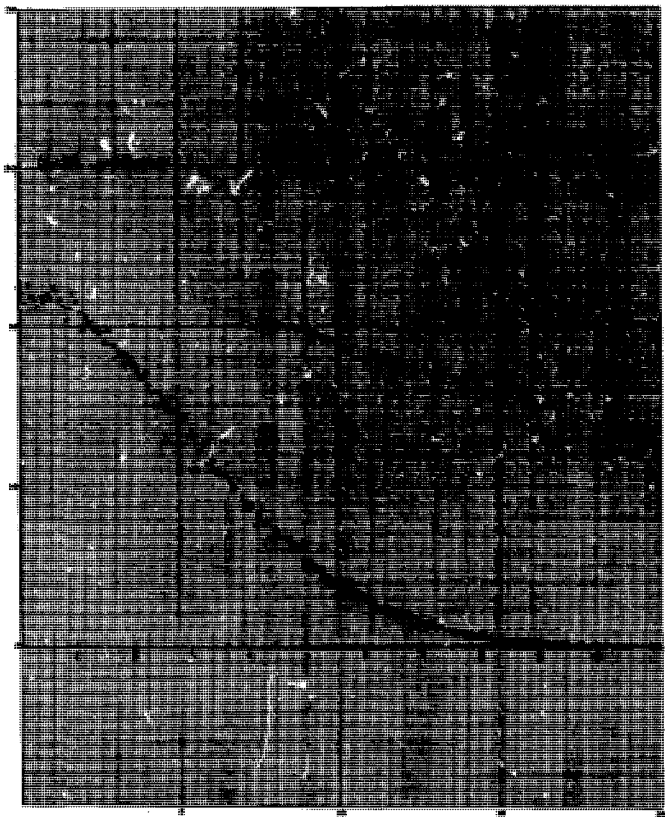
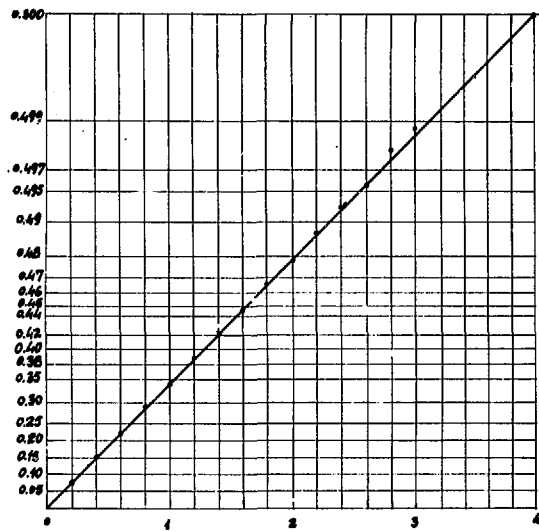
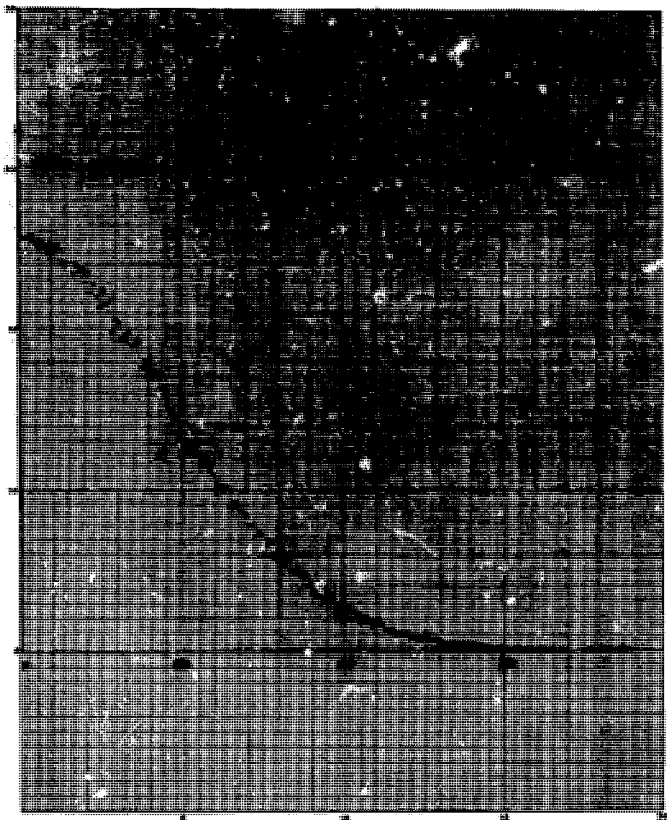
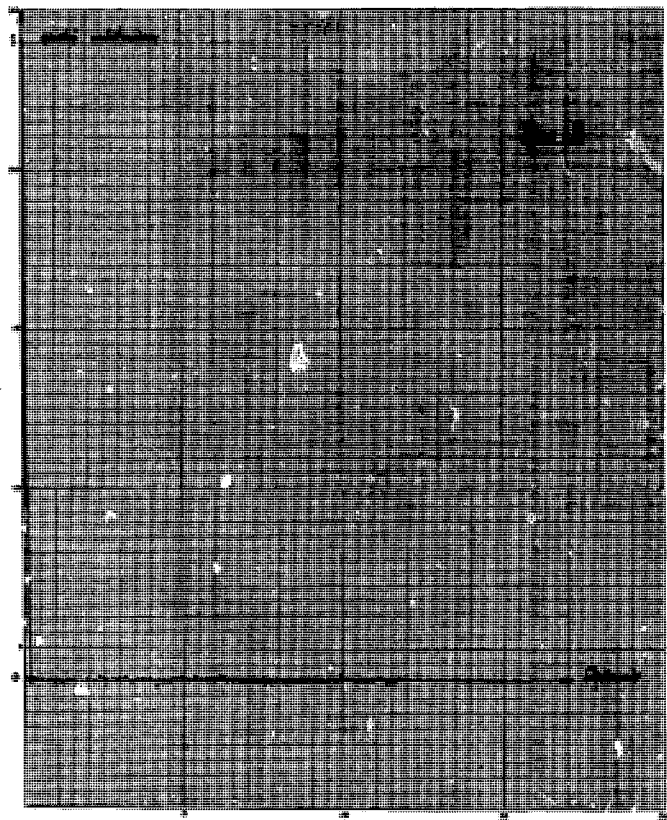


Figure 8





On désire créer une seconde suite, signal de sortie Y, de 100 000 échantillons liés les uns aux autres selon une loi connue.

Dans le cas présent, un point a_j de la 2ème suite est calculé à partir des points de la 1ère suite par la relation :

$$a_j = \sum_{i=0}^{50} b_{(j-i)} \exp(-\alpha i)$$

avec :

$$\alpha = \frac{35 \pi}{1\,000}$$

Il se pose un problème lors du démarrage du calcul, problème analogue à celui de la charge des capacités d'un circuit de filtrage analogique.

Pour le résoudre il a été tiré au hasard - selon la méthode décrite au paragraphe précédent - 51 points supplémentaires. Ces quelques points ont été effacés par la suite.

1.5. Signal de sortie.

La sortie du système linéaire se compose d'une suite de nombres liés par une exponentielle.

La distribution est gaussienne d'après le théorème suivant (cf. Bendat, "Principles and Applications of Random Noise theory", page 124).

Théorème : Soient $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, n variables aléatoires gaussiennes. Les variables $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ obtenues par une combinaison des X_n ,

$$Y_i = \sum_{k=1}^n C_{ik} X_k \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ C_{ik} = \text{constantes arbitraires} \end{array}$$

suivent une distribution normale à m dimensions.

Le signal Y est donc un signal lorentzien. Il n'a donc pas paru nécessaire de faire un test de normalité sur ce signal, simplement la fonction de répar-

tion a été calculée et représentée sur la figure 10.

1.6. Réponse impulsionnelle - Déconvolution.

Les figures 11 a et 11 b représentent la fonction d'intercorrélation entre le signal d'entrée X et le signal de sortie Y respectivement en coordonnées linéaires et semi-logarithmiques. Soit Ψ_{XY} cette fonction.

$$\Psi_{XY}(\tau) = \int_0^{\infty} h(\theta) \cdot \Psi_{XX}(\tau - \theta) d\theta \quad (20)$$

La fonction d'intercorrélation, d'après la relation classique ci-dessus est la réponse percussionnelle du filtre linéaire puisque le signal X est une suite de nombres indépendants.

On devrait donc s'attendre à une droite sur le graphique 11 b puisque les coordonnées sont semi-logarithmiques.

Or Ψ_{XY} s'écarte notablement du résultat escompté. Quelle est la raison de cet écart ?

On sait que théoriquement, pour avoir la réponse percussionnelle par intercorrélation entrée-sortie il faut que l'autocorrélation de l'entrée, ici Ψ_{XX} , soit une impulsion de Dirac.

On a coutume de dire qu'une autocorrélation proche de l'impulsion de Dirac est largement suffisante et permet d'obtenir la réponse impulsionnelle avec une bonne précision.

On voit ici que cette affirmation doit être nuancée. La fonction Ψ_{XX} a été calculée ; c'est la courbe 9, vraiment proche d'une impulsion de Dirac. L'approximation est insuffisante et l'on peut juger de son influence sur les courbes 11 a ou 11 b).

L'opération qui s'impose ici est une déconvolution.

La déconvolution peut se faire de plusieurs façons. A cause du calculateur électronique, utilisé largement dans cette vérification, il a paru bon d'utiliser la relation de base (20) que l'on peut écrire comme suit :

$$\Psi_{XY}(n \Delta \tau) = \sum_{j=0}^N h(j \Delta \tau) \cdot \Psi_{XX}((j-n) \Delta \tau)$$

$\Psi_{XY}(n \Delta \tau)$ et $\Psi_{XX}(n \Delta \tau)$, $n = 0, 1, \dots, N$ sont connues.

On calculera $h(n \Delta \tau)$ par résolution d'un système linéaire de $(N + 1)$ équations à $(N + 1)$ inconnues.

Le résultat de la résolution est présenté sur les courbes 12 a et 12 b (respectivement en coordonnées linéaires et semi-logarithmiques).

On retrouve bien la droite escomptée.

La déconvolution a été effectuée sur soixante valeurs, les neuf dernières ne peuvent figurer sur le graphique puisqu'elles sont nulles, aux approximations du calculateur électronique près.

1.7. Remarques.

Ce chapitre de présentation de la simulation soulève déjà quelques problèmes importants :

On aperçoit une limite du calculateur dans le bruit parasite qui entache la fonction d'autocorrélation du signal d'entrée X .

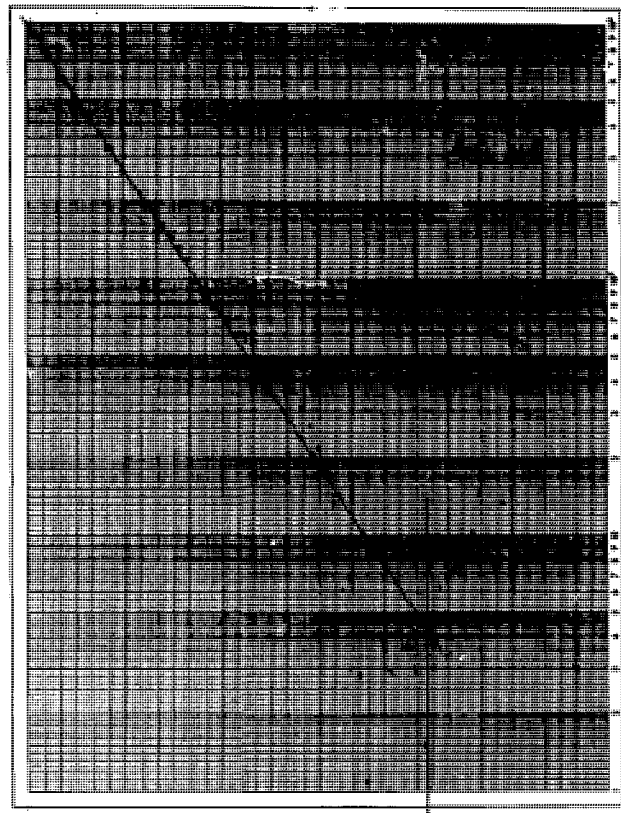
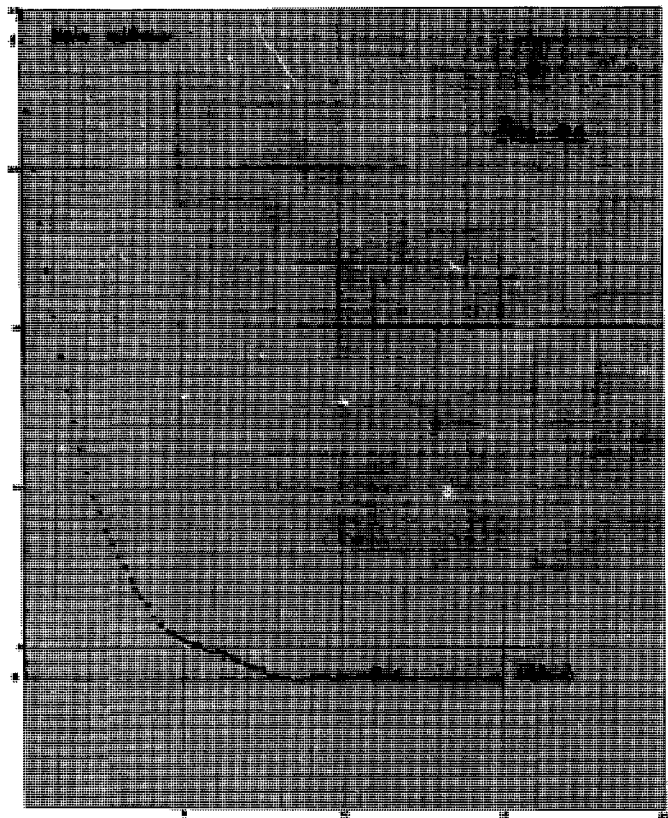
Bien que le résultat soit relativement bon, il est clair qu'un calcul sur 100 000 échantillons est légèrement insuffisant pour la précision recherchée ici. Malheureusement, envisager 10^6 échantillons ou plus est impossible, le temps de calcul devient prohibitif.

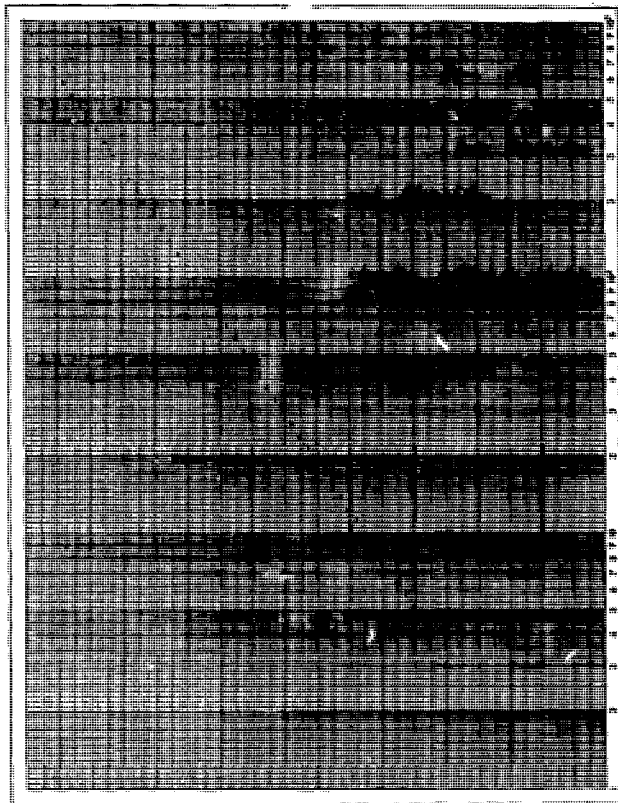
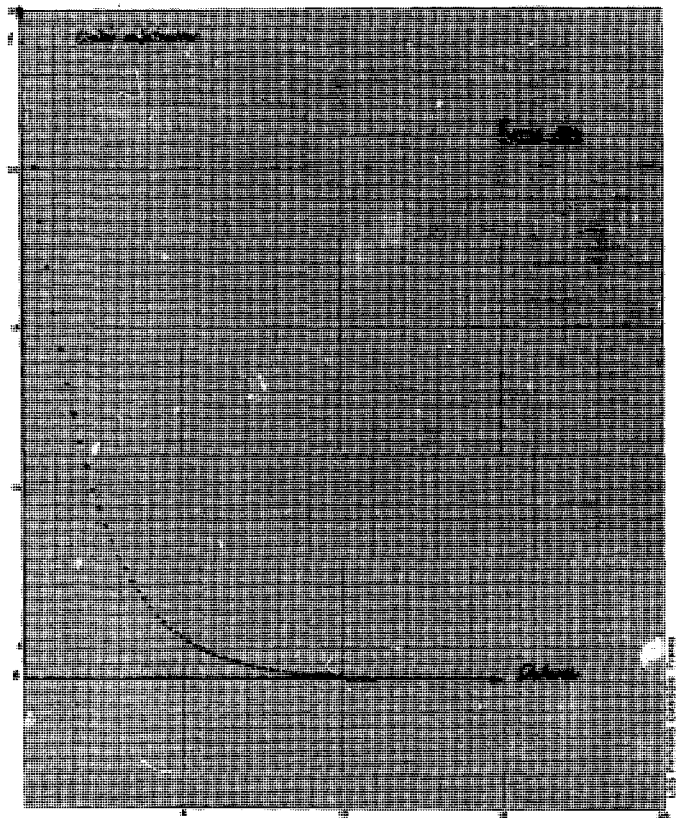
Cette limitation entraîne l'opération de déconvolution.

Autre remarque importante : une très faible déformation de l'autocorrélation de l'entrée provoque une modification notable de la fonction d'intercorrélation (donc de la réponse impulsionnelle).

La déconvolution, dans le cas présent, efface les déformations, ce qui est parfaitement normal puisque l'on retrouve ce que l'on a introduit.

On montrera cependant dans la troisième partie que la déconvolution n'est pas toujours une panacée, et doit être employée avec beaucoup de prudence lorsque les fonctions traitées sont entachées de bruit.





2ème PARTIE.

2. Courbes de corrélation.

2.1. Introduction.

Il existe une grande diversité de corrélateurs. La présente simulation a cherché à les comparer avec le maximum d'impartialité.

Pour ce faire, plusieurs fonctions de corrélation ont été calculées dans des conditions rigoureusement identiques. Les résultats sont présentés dans deux tableaux en fin de chapitre : un tableau pour les signaux gaussiens, un tableau pour les signaux non gaussiens.

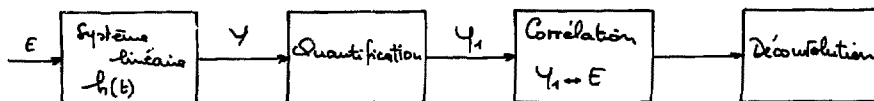
Comme il a été dit dans le chapitre précédent, les corrélateurs hybrides ne peuvent pas faire partie de la comparaison ; ceci est un manque car il est probable que ce genre d'appareil est vraisemblablement le meilleur.

Pour toute comparaison il est donc nécessaire de se reporter aux relations théoriques établies dans la première partie.

Par ailleurs, le souci de mettre en évidence uniquement les effets de la quantification a nécessité la déconvolution de chaque "expérience".

2.2. Résultats - Signaux gaussiens.

Voici un schéma de la suite des opérations :



Les suites de nombres utilisées sont celles qui ont été créées précédemment. On rappelle les principales caractéristiques :

Entrée E : - Suite de nombres statistiquement indépendants

- Répartition gaussienne, voir figures 7 et 8.
- Fonction d'autocorrélation assimilable à une impulsion de Dirac, voir figure 9 .

Sortie y : - Suite de nombres corrélés

- Répartition gaussienne, voir figure 10 .

Système linéaire : - Du type "filtre passe-bas"

$$\text{- Réponse impulsionnelle } h(t) = \exp \left[- \frac{35 \pi t}{1\,000} \right]$$

Les résultats des diverses quantifications sont extrêmement voisins les uns des autres, aussi il a paru inutile de tracer des courbes : la comparaison peut se faire directement sur le tableau des résultats.

Pour chaque courbe il a été calculé la moyenne et la variance de l'écart entre le résultat exact ($\exp - \left[\frac{35 \pi t}{1\,000} \right]$) et le résultat obtenu. Ce calcul a été fait sur la totalité des points, soit 51, et permet de se rendre compte avec plus de précision de l'influence de la quantification.

Sur le tableau il n'a été relevé que les 2/5ème de la totalité des points, soit 20.

Chaque colonne porte un numéro correspondant aux opérations suivantes :

- 1 - La quantification sur chaque voie est égale à l'arrondi de la calculatrice à décimale (simple précision, IBM 7094).

L'écart entre le résultat exact et cette colonne permet de chiffrer la précision de l'ensemble du calcul et donne une sorte de "marge d'erreur" sur les autres colonnes.

Dans tous les calculs suivants, sauf indication contraire, une seule voie est quantifiée, l'autre bénéficie de toute la précision du calculateur.

2 - ECRETAGE.

1 voie non quantifiée

1 voie remplacée par + 1 lorsque le signal est > 0
0 lorsque le signal est < 0 .

3 - RELAIS.

Les deux voies sont quantifiées de la même manière : le signal est
remplacé par + 1 lorsqu'il est > 0

- 1 lorsqu'il est < 0 .

Pas de déconvolution.

4 - MONOVOIE LINEAIRE.

1 voie non quantifiée

1 voie quantifiée aux valeurs : 0 75 150 225

5 - MONOVOIE LINEAIRE.

1 voie non quantifiée

1 voie quantifiée aux valeurs : 0 300 600 900

6 - MONOVOIE GEOMETRIQUE.

1 voie non quantifiée

1 voie quantifiée aux valeurs : 0 37 73 147

7 - MONOVOIE GEOMETRIQUE

1 voie non quantifiée

1 voie quantifiée aux valeurs : 0 57 114 228

8 - MONOVOIE GEOMETRIQUE

1 voie non quantifiée

1 voie quantifiée aux valeurs : 0 100 200 400

9 - MONOVOIE GAUSSIEN

1 voie non quantifiée

1 voie quantifiée aux valeurs : 0 57 120 193 295.

Par cette dernière quantification, on a cherché à ce que le nombre de points par tranche de quantification soit constant.

Les résultats sont logiques : les plus mauvais sont donnés par le corrélateur à écretage. Cependant, il faut noter qu'une modification aussi énorme que celle subie par le signal Y n'entraîne pas une erreur supérieure (en moyenne) au pour cent.

Le corrélateur à relais est dix fois meilleur en moyenne et trois fois en écart type. Là aussi, il faut remarquer que ce genre de corrélateur - extrêmement simple à réaliser électroniquement - permet déjà une bonne approche dans une première analyse des signaux.

Tous les autres corrélations sont à ranger dans le même groupe ; l'amélioration se chiffre encore grossièrement à dix pour la moyenne et trois pour l'écart type, et il est difficile de faire un choix sérieux, seule une étude théorique permettrait de trancher avec honnêteté.

La précision de l'ensemble peut surprendre. En fait elle doit être due à ce que les signaux utilisés sont très propres, en particulier l'absence de bruit parasite est totale.

2.3. Résultats - Signaux non gaussiens.

Des calculs identiques aux précédents ont été effectués sur des signaux formés de suite de nombres dont la répartition n'était pas gaussienne.

Le signal présenté à l'entrée est une suite de 100 000 nombres statistiquement indépendants à répartition uniforme.

Figure 13 : Fonction de répartition.

Figure 14 : Fonction d'intercorrélation.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1. 89576 80240 71871 64391 57682 51671 46290 41468 37152 33288 29833 26729 23942 21450 19216 17210 15421 13824 12381	1. 87924 77449 68356 60625 53362 48958 43373 39422 35009 30922 28389 24288 22613 19534 17777 17246 14249 13268 12498	1. 89260 78371 70563 63007 56889 51804 46357 41955 36980 33076 30364 26439 24053 20758 19306 17023 14187 12633 12063	1. 89418 80596 71848 64029 57363 52033 46446 41741 37194 33167 29890 26934 23981 21503 19236 17415 15085 13566 12167	1. 89839 80378 72188 64958 57287 51705 46333 41661 37686 33228 29161 26958 23720 21619 19106 17248 15628 13530 12851	1. 89655 80430 72022 64290 57801 51629 46560 41793 37091 33200 29927 26826 24115 21537 19303 17403 15210 13728 12417	1. 89054 80113 71818 64285 57480 51679 45964 41360 37026 33376 29739 26522 23933 21705 19283 17299 15368 13980 12317	1. 89667 80301 71531 64265 57427 51624 46420 41251 37226 33467 29636 26867 24064 21352 19121 17300 15247 13985 12318	1. 89556 80378 71897 64263 57831 51873 46563 41579 37206 33316 29901 26894 24124 21691 19437 17218 15345 13726 12300	
Va- lar moy.	. 415 10 ⁻⁴	. 981 10 ⁻²	. 146 10 ⁻²	. 113 10 ⁻³	. 124 10 ⁻³	. 272 10 ⁻³	. 391 10 ⁻³	. 648 10 ⁻⁴	. 135 10 ⁻³
Va- rian- ce	. 119 10 ⁻	. 229 10 ⁻³	. 333 10 ⁻⁴	. 496 10 ⁻⁵	. 824 10 ⁻⁵	. 230 10 ⁻⁵	. 250 10 ⁻⁵	. 218 10 ⁻⁵	. 235 10 ⁻⁵

Le système linéaire est un filtre séquentiel, selon une exponentielle décroissante, portant sur les cinq valeurs suivantes :

$\exp(0)$; $\exp(-0,8)$; $\exp(-1,6)$; $\exp(-2,4)$; $\exp(-3,2)$

Le choix a été fixé sur cinq valeurs à la suite de l'étude expérimentale présentée dans le premier chapitre de cette partie. En effet, un nombre nettement supérieur à cinq aurait entraîné une fonction de répartition du signal de sortie semblable à une gaussienne et par suite les résultats auraient partiellement doublés ceux du paragraphe précédent.

La fonction de répartition du signal de sortie est présentée sur la figure 15.

Le tableau suivant récapitule sur neuf colonnes les résultats :

1 - Valeurs théoriques de la fonction d'intercorrélation

2 - Pas de quantification

3 - ECRETAGE

Voie d'entrée quantifiée	$\left\{ \begin{array}{l} +1 \\ -1 \end{array} \right.$	signal > 0
Voie de sortie quantifiée		signal < 0
Voie de sortie quantifiée	$\left\{ \begin{array}{l} +1 \\ -1 \end{array} \right.$	signal > 0
		signal < 0

4 - RELAIS

Voie d'entrée non quantifiée	$\left\{ \begin{array}{l} +1 \\ 0 \end{array} \right.$	signal > 0
Voie de sortie quantifiée		signal < 0

5 - LINEAIRE

Voie d'entrée non quantifiée
Voie de sortie quantifiée aux valeurs 0 6 12 18 24

6 - LINEAIRE

Voie d'entrée non quantifiée

Voie de sortie 0 2 4 6 8 10

7 - GEOMETRIQUE

Voie d'entrée non quantifiée

Voie de sortie 0 1, 3 6

8 - GEOMETRIQUE

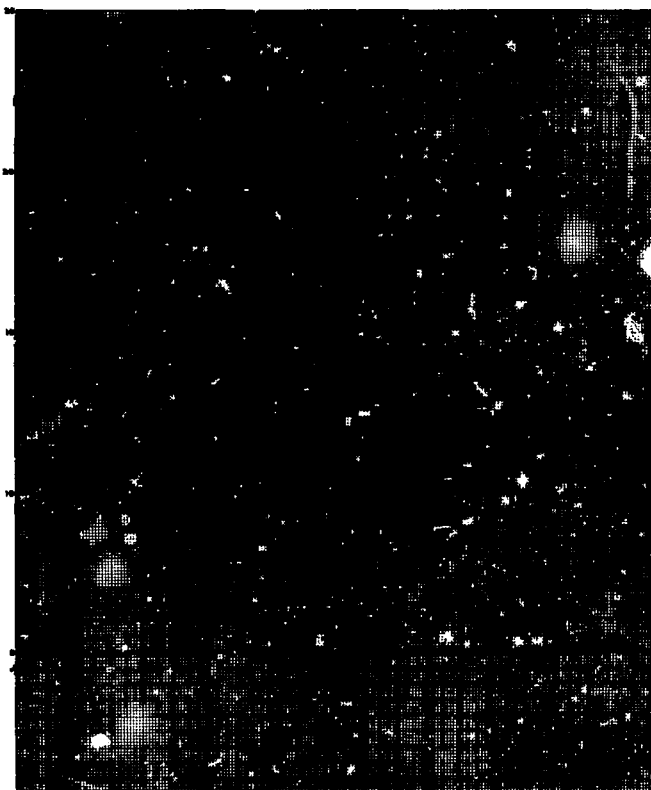
Voie d'entrée non quantifiée

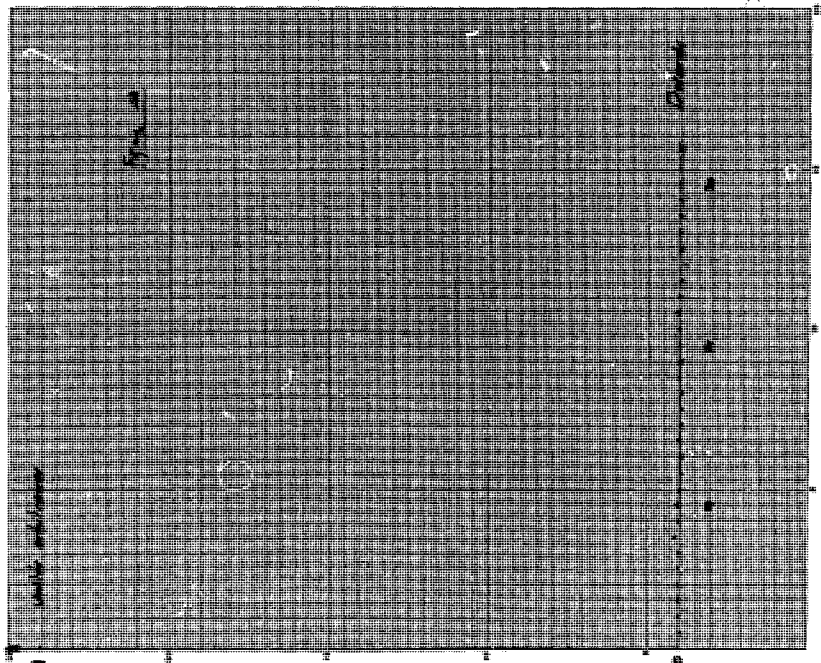
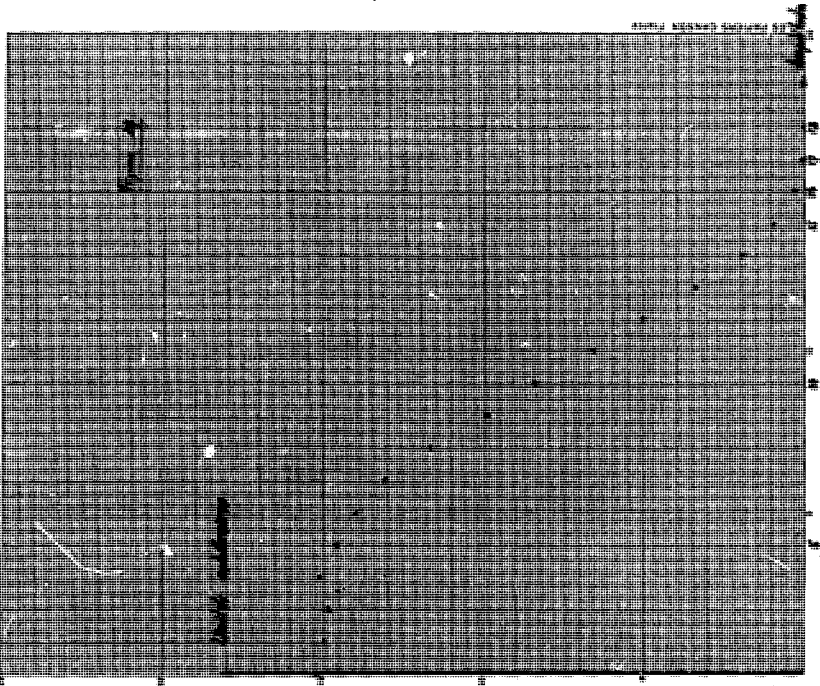
Voie de sortie 0 1 2 4 8

9 - GEOMETRIQUE

Voie d'entrée non quantifiée

Voie de sortie 0 4 8 16 32





Valeur théorique	Sans quant.	Ecrétage	Relais	Lin. 0 6 12 ...	Lin. 0 2 4 6..	Géom. 0 1,5 3 6..	Géom. 0 1 2 4 8..	Géom. 0 4 8 16..
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. . 44933 . 20190 . 090720 . 040764	1. . 44802 . 20235 . 095260 . 049125	1. . 29365 . 13389 . 062563 . 034128	1. . 33367 . 16035 . 082368 . 050747	1. . 44660 . 19829 . 093851 ? 047367	1. . 44801 . 20250 . 095342 . 049452	1. . 45422 . 20032 . 092824 . 047587	1. . 40364 . 18030 . 085417 . 043824	1. . 44341 . 20841 . 097920 . 049811

VALEURS MOYENNES

	$2,9 \cdot 10^{-3}$	$30,6 \cdot 10^{-3}$	$38,8 \cdot 10^{-3}$	$- 0,9 \cdot 10^{-3}$	$- 3,1 \cdot 10^{-3}$	$- 3,1 \cdot 10^{-3}$	$17,3 \cdot 10^{-3}$	$- 4,2 \cdot 10^{-3}$
--	---------------------	----------------------	----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------	-----------------------

VARIANCES. (multipliées par 10^8)

	2 339	742 632	381 362	1 122	2 472	1 190	64 818	5 292
--	-------	---------	---------	-------	-------	-------	--------	-------

2ème PARTIE3. Propagation de l'erreur dans la transformation de Fourier.3.1. Introduction

Calculer les parties réelles et imaginaires de la Transformée de Fourier d'une fonction, c'est effectuer les deux opérations suivantes :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(w) &= \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot \cos(\omega t) dt \\ \operatorname{Im}(w) &= \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot \sin(\omega t) dt \end{aligned}$$

Lorsqu'on utilise un calculateur numérique, on remplace les deux intégrales précédentes par des combinaisons plus ou moins sophistiquées des différentes valeurs de $F(t)$ et $\cos(\omega t)$ aux instants $t_0, t_1, \dots, t_n$, et pour les pulsations $\omega_0, \dots, \omega_n$ ainsi l'erreur introduite par la méthode d'intégration est considérablement diminuée.

Par ailleurs, les valeurs des lignes trigonométriques pouvant être connues avec une grande précision, il s'en suit que les seules erreurs importantes que l'on retrouve sur $\operatorname{Re}(w)$ et $\operatorname{Im}(w)$ proviennent des erreurs entachant $F(t)$.

3.2. Relations générales.

Soient F_n les valeurs de $F(t)$ aux instants t_n

$$F_n = F_n(\text{exacte}) + b_n \quad b_n = \text{valeur de l'erreur.}$$

Dans le cas où la formule d'intégration numérique est celle des trapèzes, il vient :

$$\begin{aligned}
 R_e(\omega) &= \sum_{n=2}^{N-1} [F_{\text{canal}}(n\Delta\tau) + \ell_n] \cdot \cos(\omega n \Delta\tau) + \frac{1}{2} \left\{ (F_{\text{canal}}(\Delta\tau) + \ell_1) \cdot \cos(\omega \Delta\tau) + (F_{\text{canal}}(N\Delta\tau) + \ell_N) \cdot \cos(\omega N \Delta\tau) \right\} \\
 I_m(\omega) &= \sum_{n=2}^{N-1} [F_{\text{canal}}(n\Delta\tau) + \ell_n] \cdot \sin(\omega n \Delta\tau) + \frac{1}{2} \left\{ (F_{\text{canal}}(\Delta\tau) + \ell_1) \cdot \sin(\omega \Delta\tau) + (F_{\text{canal}}(N\Delta\tau) + \ell_N) \cdot \sin(\omega N \Delta\tau) \right\}
 \end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned}
 R_e(\omega) &= R_{e_{\text{canal}}}(\omega) + \left[\sum_{n=2}^{N-1} \ell_n \cdot \cos(\omega n \Delta\tau) + \frac{1}{2} \left\{ \ell_1 \cdot \cos(\omega \Delta\tau) + \ell_N \cdot \cos(\omega N \Delta\tau) \right\} \right] \\
 I_m(\omega) &= I_{m_{\text{canal}}}(\omega) + \left[\sum_{n=2}^{N-1} \ell_n \cdot \sin(\omega n \Delta\tau) + \frac{1}{2} \left\{ \ell_1 \cdot \sin(\omega \Delta\tau) + \ell_N \cdot \sin(\omega N \Delta\tau) \right\} \right]
 \end{aligned}$$

Les termes entre crochets représentent les erreurs sur les parties réelles et imaginaires du spectre.

On suppose que ces erreurs obéissent à un loi de Gauss centrée. Les variances peuvent se calculer de la manière suivante :

- Partie réelle :

$$V_{R_e} = E \left\{ \left[\sum_{n=2}^{N-1} \ell_n \cdot \cos(\omega n \Delta\tau) + \frac{1}{2} \left\{ \ell_1 \cdot \cos(\omega \Delta\tau) + \ell_N \cdot \cos(\omega N \Delta\tau) \right\} \right]^2 \right\}$$

On pose :

$$a_n = \cos(\omega n \Delta\tau)$$

$$\begin{aligned}
 V_{Re} = & \sum_{n=2}^{N-1} a_n^2 E\{l_n^2\} + \frac{1}{4} \left[a_1^2 E\{l_1^2\} + a_N^2 E\{l_N^2\} \right] \\
 & + a_1 \sum_{n=2}^{N-1} a_n E\{l_1 \cdot l_n\} + \frac{1}{2} a_1 a_N E\{l_1 \cdot l_N\} + a_N \sum_{n=2}^{N-1} a_n E\{l_N \cdot l_n\} \\
 & + 2 \sum_{n=2}^{N-2} a_n \sum_{m=n+1}^{N-1} a_m E\{l_n \cdot l_m\}
 \end{aligned}$$

Cette relation donne la valeur de la variance de l'erreur sur un point de la transformée de Fourier en fonction de la répartition des erreurs sur la fonction à transformer.

- On opère de même pour élaborer la variance sur la partie imaginaire.

3.3. Transformée de Fourier des fonctions de corrélation.

Dans l'optique du calcul numérique, les fonctions de corrélation peuvent être entachées de deux sortes d'erreurs :

- une erreur statistique provenant de ce que la fonction de corrélation n'a pas été calculée sur un temps infini ; chaque point de la fonction possède une erreur à répartition gaussienne, liée aux erreurs sur les autres points.

- une erreur de quantification ; chaque point de la fonction possède une erreur à répartition uniforme, indépendante de l'erreur sur les autres points.

3.2.1. Etude de l'erreur statistique.

Soit $R(\tau)$ la fonction de corrélation d'une fonction $x(t)$ connue sur un intervalle de temps T_1

Soit $R_{\text{exacte}}(\tau)$ la fonction de corrélation de $x(t)$ calculée sur un intervalle de temps infini.

L'erreur sur un point de $R(\tau)$ peut s'écrire :

$$b_i = \frac{1}{T_1} \cdot \int_0^{T_1} x(u) \cdot x(u + \tau_i) du - R_{\text{exacte}}(\tau_i)$$

$$\begin{aligned} E\{b_i b_j\} &= E\left\{\left[\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x(u) \cdot x(u + \tau_i) du - R_{\text{exacte}}(\tau_i)\right] \cdot \left[\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x(v) \cdot x(v + \tau_j + \xi) dv - R_{\text{exacte}}(\tau_j + \xi)\right]\right\} \\ &= \frac{1}{T_1^2} \int_0^{T_1} \int_0^{T_1} \left[R(v, u) \cdot R(v, u + \xi) + R(v, u + \xi + \tau_j) \cdot R(v, u - \tau_i)\right] du \cdot dv \end{aligned}$$

On pose $w = v - u$ En intégrant il vient :

$$E\{b_i b_j\} = \frac{1}{T_1} \int_{-T_1}^{+T_1} \left[R(w) \cdot R(w + \xi) + R(w + \xi + \tau_j) \cdot R(w - \tau_i)\right] \cdot \left[1 - \frac{|w|}{T_1}\right] \cdot dw$$

b_i est l'erreur sur un point de la fonction de corrélation $R(\tau)$ situé à une distance τ_i de l'origine,

b_j est l'erreur sur un point de $R(\tau)$ situé à une distance ξ du point b_i .

Cette relation, reportée dans la formule de la variance donne la solution dans le cas de l'étude de l'erreur statistique.

3.3.2. Cas particuliers des fonctions d'autocorrélation.

Supposons $R(\omega) = A e^{-\alpha|\omega|}$

$$\begin{aligned}
 E\{l_i, l_j\} &= \frac{A^2}{T_1} \int_{-T_1}^{+T_1} \left[e^{-\alpha|\omega|} \cdot e^{-\alpha|\omega\xi|} + e^{-\alpha|\omega+\xi+\tau_i|} \cdot e^{-\alpha|\omega-\tau_i|} \right] \cdot \left[1 - \frac{|\omega|}{T_1} \right] d\omega \\
 &= \frac{A^2}{T_1} e^{-\alpha\xi} \left(\frac{1}{\alpha} + \xi \right) - \frac{A^2 e^{-\alpha\xi}}{2T_1^2} \cdot \xi \cdot \left(\frac{1}{\alpha} + \xi \right) + \frac{2A^2}{4\alpha^2 T_1^2} \left[\operatorname{ch}(\alpha\xi) \cdot e^{-2\alpha T_1} - e^{-\alpha\xi} \right] \\
 &+ \frac{A^2}{2\alpha T_1} e^{-\alpha\xi} e^{-2\alpha\tau_i} + \frac{A^2}{4\alpha^2 T_1^2} e^{-\alpha(2T_1+\xi)} - \frac{A^2}{2\alpha T_1^2} e^{-\alpha\xi} e^{-2\alpha\tau_i} \left(\xi + \tau_i + \frac{1}{2\alpha} \right) \\
 &+ \frac{A^2}{T_1} e^{-\alpha\xi} e^{-2\alpha\tau_i} \left(\xi + \tau_i \right) \cdot \left(1 - \frac{\xi + \tau_i}{2T_1} \right) \\
 &+ \frac{A^2}{T_1} e^{-\alpha\xi} e^{-2\alpha\tau_i} \cdot \tau_i \cdot \left(1 - \frac{\tau_i}{2T_1} \right) \\
 &+ \frac{A^2}{2\alpha T_1} e^{-\alpha\xi} e^{-2\alpha\tau_i} + \frac{A^2}{2\alpha T_1^2} e^{-\alpha\xi} e^{-2\alpha\tau_i} \cdot \left(\tau_i - \frac{1}{2\alpha} \right) + \frac{A^2}{4\alpha^2 T_1^2} e^{-\alpha(2T_1+\xi)}
 \end{aligned}$$

Soit, en négligeant les termes divisés par T_1^2

$$E\{l_i, l_j\} = \frac{A^2}{T_1} \cdot e^{-\alpha\xi} \cdot \left[\frac{1}{\alpha} + \xi + e^{-2\alpha\tau_i} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} + \xi + 2\tau_i \right) \right]$$

Remarque : l'expression des variances s'obtient en faisant $\xi = 0$

$$E\{l_i^2\} = \frac{A^2}{\alpha T_1} \cdot \left[1 + e^{-2\alpha\tau_i} (1 + 2\alpha\tau_i) \right]$$

Application : Une vérification numérique, menée sur calculateur électronique, précise les considérations précédentes.

On a cherché à vérifier d'abord la relation donnant l'espérance du produit (b_i, b_j) .

Pour ce faire, les opérations suivantes ont été exécutées séquentiellement.

1 - Création d'une suite S_1 de 1 300 nombres indépendants, à répartition gaussienne, de moyenne nulle et de variance unité.

2 - A partir de cette suite, création d'une nouvelle suite S_2 de 1 200 valeurs en liant les valeurs de S_1 les unes aux autres par une exponentielle de la forme $\exp(-\alpha x)$ avec $\alpha = 0,5$ soit

$$\exp\left(-\frac{N-1}{2}\right)$$

$$N = 1 \text{ à } 30.$$

3 - Calcul de la fonction d'autocorrélation de S_2 et mise en mémoire de cette fonction (chaque point de la corrélation est calculé sur 1 000 produits).

4 - Répétition 500 fois des trois opérations précédentes.

5 - Calcul de la moyenne des 500 fonctions de corrélation obtenues et soustraction de cette moyenne à chaque fonction élémentaire afin d'obtenir 500 fonctions "d'erreurs".

Chaque fonction "d'erreurs" se présente comme une suite de 40 nombres $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{40}$.

6 - Calcul de l'espérance du produit $(b_i b_j)$ en se limitant aux valeurs suivantes :

Variations de i de 0 à 10

Variations de j de 0 à 20.

7 - Calcul de la valeur théorique à l'aide de la relation

$$e^{-\alpha^2} \left[\frac{1}{\alpha} + \xi + e^{-2\alpha\xi} \left(\frac{1}{\alpha} + \xi + 2\xi \right) \right]$$

Les résultats théoriques et expérimentaux sont reportés dans le tableau suivant (valeurs théoriques dans le coin supérieur).

4.000	3.639	2.943	2.231	1.624	1.149	0.797	0.543	0.366
4.668	4.198	3.443	2.529	1.919	1.389	0.913	0.779	0.641
	3.472	2.935	2.283	1.690	1.210	0.848	0.581	0.394
	4.132	3.518	2.665	2.055	1.518	1.055	0.881	0.670
		2.812	2.394	1.870	1.387	0.995	0.697	0.479
		3.489	2.865	2.311	1.759	1.243	0.992	0.714
			2.398	2.091	1.655	1.238	0.893	0.628
			2.916	2.567	2.031	1.468	1.117	0.759

Les résultats théoriques ont également été représentés sous forme d'une surface à l'aide d'un traceur incrémental lié au calculateur. On distingue nettement l'arrête de la surface correspondant aux différentes valeurs des variances ($E b_i^2$). Figure 17.

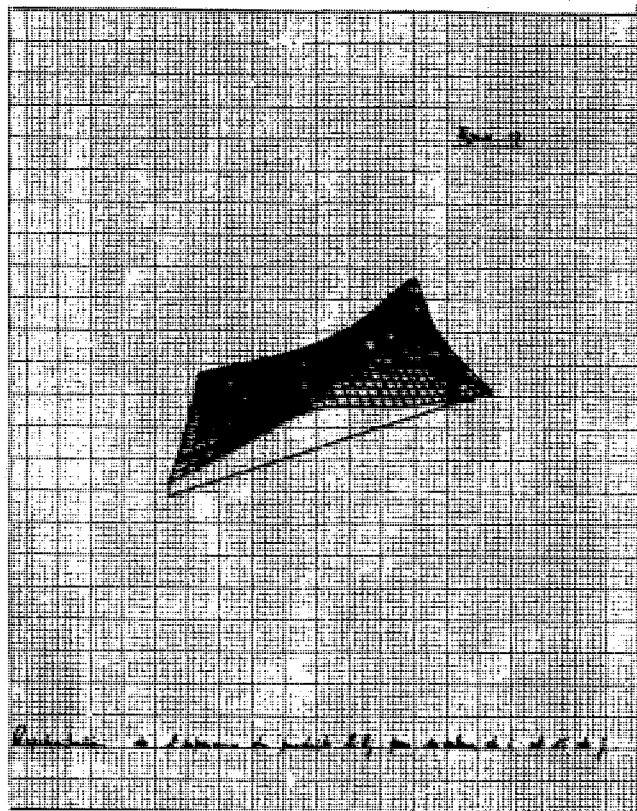
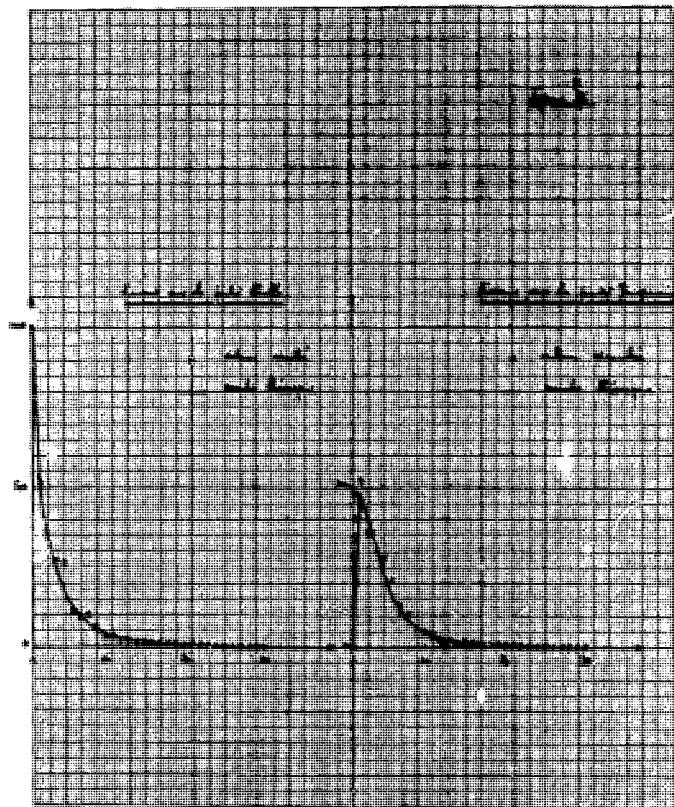
La variation de la variance de l'erreur sur le spectre de densité de puissance s'est effectuée de manière analogue.

Il a été généré une suite de 1 200 valeurs liées, puis la fonction de corrélation a été élaborée (64 points, 1 000 calculs par points).

Enfin, la transformation de Fourier de cette fonction a permis d'atteindre la partie réelle et la partie imaginaire du spectre de densité de puissance.

Cette série de calculs a été reproduite 100 fois, ce qui a permis de calculer la variance de la distribution de chaque point du spectre.

Les résultats, tant pour la partie réelle que la partie imaginaire sont représentés sur les deux courbes de la figure 16.



3.3.3. Etude de l'erreur de quantification.

Les calculs sont ici beaucoup plus simples. En effet, les erreurs sur chaque point de la fonction à transformer sont supposées indépendantes, par suite, les différentes valeurs de $E(b_i b_j)$ sont nulles et la formule donnant la variance s'écrit :

$$\text{Variance} \left\{ \sum_{n=1}^N b_n \cos(\omega n \Delta \tau) \right\} = \sum_{n=1}^N a_n^2 E\{b_n^2\} = \sum_{n=1}^N a_n^2 \sigma_n^2$$

avec $a_n = \cos(\omega n \Delta \tau)$ pour la partie réelle

$= \sin(\omega n \Delta \tau)$ pour la partie imaginaire.

Dans ce cas simples, la formule d'intégration choisie est celle des rectangles.

Si, de plus et comme c'est le cas dans la quantification, on suppose que σ_n^2 est indépendant de n , alors on est ramené aux deux calculs suivants :

pour la partie réelle $\sum_{n=1}^N \cos^2(\omega n \Delta \tau)$

pour la partie imaginaire $\sum_{n=1}^N \sin^2(\omega n \Delta \tau)$

Les résultats s'écrivent, respectivement :

variance de l'erreur (partie réelle)

$$\frac{N+1}{2} + \frac{1}{4} \left[1 + \frac{\sin((2N+1)\omega\Delta\tau)}{\sin(\omega\Delta\tau)} \right] = S_2$$

variance de l'erreur (partie imaginaire)

$$\frac{N+1}{2} - \frac{1}{4} \left[1 + \frac{\sin((2N+1)\omega\Delta\tau)}{\sin(\omega\Delta\tau)} \right] = S_3$$

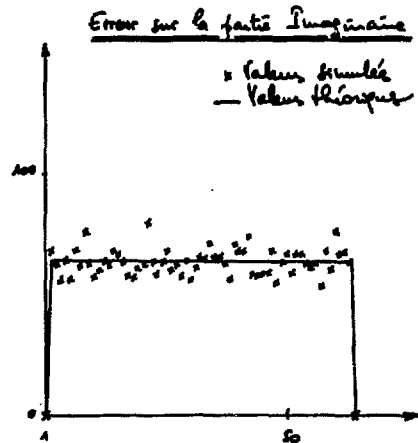
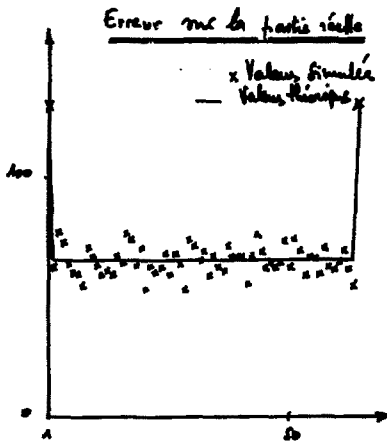
Ce qui conduit à :

$$\omega = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} S_2 &= N+1 \\ S_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\omega \neq 0 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} S_2 &= N/2 + 1 \\ S_3 &= N/2 \end{aligned}$$

Application : Une vérification des résultats ci-dessus a été également menée sur ordinateur. Elle a consisté à entacher d'un bruit à répartition uniforme une exponentielle décroissante définie par 128 points.

La variance des parties réelles et imaginaires du spectre obtenues à partir de cette fonction bruitée sont tracées ci-après :



Remarque : Dans le cas où les erreurs sur les points de la fonction à transformer sont indépendantes, il peut arriver que leurs variances ne soient pas égales. Le calcul de la variance du spectre de densité de puissance est cependant toujours possible, il suffit de remplacer la suite des σ_n^2 par une fonction convenablement choisie (soit exacte, soit ajustée).

De plus, il y a avantage à ce que cette fonction soit de forme exponentielle car les calculs des séries sont ainsi grandement facilités.

3.4. Conclusion.

Un très bon accord a pu s'établir entre les valeurs théoriques des variances et les résultats des simulations numériques. On remarque donc que :

- Dans le cas de l'erreur de quantification, les variances sur le spectre sont proportionnelles au nombre de points définissant la fonction à transformer.

Généralement la quantification est très bonne et il est possible de choisir un nombre de points élevé sans nuire à la précision du résultat.

- L'interprétation des résultats relatifs à l'erreur statistique est plus délicate. En effet, d'une part la vérification ne porte - et ne peut porter - que sur un cas particulier, d'autre part, la relation théorique est suffisamment complexe pour qu'il soit impossible d'estimer son résultat de manière immédiate.

On peut cependant penser que le nombre de points de la fonction à transformer présente beaucoup moins d'importance dans ce cas que dans celui de la quantification.

En effet, dans chaque terme des différentes sommes intervient l'espérance du produit (b_i, b_j) et l'on sait que cette espérance diminue jusqu'à devenir nulle lorsque l'écart entre les deux indices i et j augmente.

Par ailleurs, dans les sommes où interviennent les covariances, les produits de cosinus (ou de sinus dans le cas de la partie imaginaire) peuvent être négatifs et par là même minimiser fortement le résultat.

Ainsi dans les deux cas, il n'y a probablement pas à redouter de grands écarts entre les différents rapports bruits/signaux, et la valeur avant transformation a toutes chances de se retrouver peu modifiée après transformation.

3ème PARTIE.

1. Environnement de l'expérience.

1.1. Sommaire.

La première partie de cette étude peut être interprétée comme étant un calcul de la valeur que prennent les fonctions de corrélation d'un signal numérisé. Autrement dit, c'est une prédiction des résultats lorsque les calculs sont menés sur ordinateur.

La seconde partie concrétise partiellement les résultats précédents puis met en évidence l'utilité de l'opération de déconvolution et ses limites.

Il faut remarquer qu'au cours de ces deux parties, le traitement et les calculs ont été effectués uniquement sur des signaux parfaits, exempts de bruit parasite. Or la réalité des phénomènes est toute autre : les signaux à étudier sont toujours plus ou moins noyés dans du bruit de fond. La troisième partie est donc un cas de traitement de signaux mélangés à un bruit parasite.

La méthode d'étude choisie est la méthode expérimentale. En effet :

D'une part, des auteurs connus comme LEE (Statistical Theory of Communications) ou Julius BENDAT (Principles and Applications of Random Noise Theory) ont largement étudié le problème théoriquement.

D'autre part, élargir la seconde partie de cette étude en introduisant un bruit parasite dans la simulation est une méthode qui aurait pu être contestée.

Il a paru plus intéressant de réaliser une manipulation qui, outre les résultats expérimentaux, offre l'avantage de bien mettre en évidence le problème

très délicat de présentation des données sur calculateur en vue d'effectuer un traitement en temps différé.

Ce problème est très important, il faut le traiter au moins une fois si l'on désire aborder avec le maximum de chances de succès le cas du "temps réel" en corrélation.

L'expérience choisie est celle de la détermination de la réponse impulsionnelle d'un réacteur nucléaire par excitation aléatoire de source.

On trouvera dans le premier paragraphe un rappel des différentes méthodes de détermination de la réponse impulsionnelle d'un réacteur.

Le paragraphe 2 est un bref rappel de cinétique des réacteurs.

Le paragraphe 3 présente l'expérience choisie, le paragraphe suivant est consacré à la présentation de quelques méthodes de numérisation, et enfin le cinquième et dernier paragraphe est une discussion des résultats obtenus.

1.2. Rappel - Méthodes de mesure des paramètres d'un réacteur.

La détermination des caractéristiques dynamiques d'un réacteur nucléaire et principalement la mesure de sa réponse percussionnelle est un problème important lié étroitement à la notion de pilotage.

En effet lorsqu'un réacteur est en fonctionnement continu il est capital de connaître à chaque instant sa réactivité afin de contrôler l'évolution de la réaction de fission en chaîne. Cette mesure de réactivité se fait indirectement à l'aide de "périodemètres", la mesure du niveau moyen étant élaborée par ailleurs par des "chaînes de puissance".

Ces méthodes de mesure et de sécurité sont bien connues et appliquées largement aux cas des réacteurs de puissance, le haut niveau de flux neutronique permettant le bon fonctionnement des chaînes de détection. Mais dans le cas particulier du réacteur vierge, ou dans celui, beaucoup moins rare, du redémarrage, ces techniques sont impuissantes par suite du faible taux de comptage et il devient nécessaire de mesurer l'antiréactivité par d'autres méthodes.

Trois grandes voies ont jusque là été défrichées afin de parvenir au résultat. La première est basée sur la technique dite des "neutrons pulsés", la seconde utilise le bruit de fond naturel, la troisième est une synthèse des deux par la méthode d'excitation aléatoire de la source de neutrons.

1.2.1. Neutrons pulsés.

Le réacteur est considéré comme un quadripôle. La mise en évidence de ses caractéristiques dynamiques se fait par mesure de sa réponse impulsionnelle [30] [31] [32] [33].

Par suite, une source de neutrons, disposée à l'intérieur du coeur, si possible en un centre de symétrie, injecte périodiquement un nombre élevé de particules pendant un temps aussi bref que possible. La durée d'émission de la source ainsi que la valeur de la période sont déterminées en fonction de la bande passante du réacteur. Généralement, la période de répétition est de l'ordre de plusieurs secondes, temps au bout duquel on peut espérer ne plus subir l'effet des neutrons retardés.

Après l'envoi du pinceau de neutrons, la population neutronique est mesurée en divers points du réacteur au moyen de chaînes à impulsions associées à des sélecteurs multicanaux. BELLARD et CAZEMAJOU [33] ont utilisé des sélecteurs Intertechnique SA 40 MO1 commandés par une horloge spéciale. Ceci leur a permis de faire un découpage non uniforme du temps séparant deux envois consécutifs de neutrons. Ils ont ainsi pu mettre en évidence la montée de la population neutronique à l'intérieur du réacteur, puis la décroissance à allure exponentielle et enfin la contribution des neutrons retardés, toujours délicate à chiffrer exactement.

Cette méthode d'investigation est particulièrement précise. En effet il suffit de répéter un nombre de fois suffisamment élevé la séquence "pulse-comptage" pour atteindre la précision désirée. Chaque mesure peut durer plusieurs heures, l'interprétation de la décroissance à allure exponentielle conduit aux résultats suivants : antiréactivité, temps de vie, fraction de neutrons retardés.

1.2.2. Méthode du bruit de fond naturel.

Si un grand nombre d'auteurs s'est intéressé à la méthode des neutrons pulsés, un nombre encore plus grand a travaillé sur les techniques relevant de l'étude du bruit de fond naturel : spectre du bruit, méthode d'autocorrélation, du spectre de fréquence, courbe de passages à zéro, etc... [41] à [70]. En effet, l'énorme avantage qui intervient alors est le faible appareillage nécessaire à la mise en oeuvre d'une expérience : une ou plusieurs chaînes de détection neutroniques - à impulsions ou à courant continu selon le type d'essai. Par contre, cette simplicité d'appareillage est contrebalancée par la complexité du dépouillement : un calculateur n'est pas toujours utilisé, mais bien souvent il permet, outre un dépouillement complet, une possibilité de vérifier les résultats obtenus par plusieurs méthodes : calcul de la fonction de corrélation et nombre de passages à zéro par exemple.

Le problème majeur auquel est lié l'existence de ces méthodes reste la détermination de l'efficacité des détecteurs. J. A. THIE [43] estime qu'une efficacité de 5.10^{-4} est nécessaire si l'on désire distinguer dans le flux neutronique, l'information en provenance de la fission en chaîne du bruit blanc gaussien donné par le nuage de neutrons thermiques. Il semble que cette valeur soit un peu sévère et qu'une efficacité de l'ordre de 5.10^{-5} permette déjà une exploration suffisante [41] [42]. La question soulevée ici est celle de l'influence de l'appareil de mesure sur la quantité mesurée. Dans notre cas, une mesure sera bonne lorsque l'efficacité du détecteur sera grande, mais alors une quantité non négligeable de neutrons seront absorbés par le détecteur, cela conduisant à modifier dans des proportions considérables l'état du réacteur étudié. Par ailleurs, un souci trop grand de non perturbation du réacteur conduit à une impossibilité de mesure, et il sera donc nécessaire de trouver une délicate balance.

Les différents travaux que l'on peut trouver dans la littérature portent sur la détermination de la fonction d'autocorrélation (VELEZ [51]), la mesure directe ou indirecte du spectre de fréquence (THIE [52], COHN [53] [57] et [66 bis], BENNET [58], AKCASU [66], KEMENY [65]) la méthode des probabilités

(TACHON [55], MOGILNER [60] [63] [64], ALBRECHT [67], HARRIS [68]), la méthode dite ROSSI-ALPHA (ORNDORFF [46] et CLOUET D'ORVAL [47]), et enfin des études générales sur le bruit de fond des réacteurs (DE HOFFMANN [44], COURANT et WALLACE [45], PAL [48], DALFES [49] et [50], RAÏEVSKY [54], LARISSE et BRAFFORT [56], BLAQUIERE et PACHOWSKA [59], [61], [62] [69], [70]).

L'ouvrage de J.A. THIE [43] peut fournir une excellente base de départ, en vue de l'étude expérimentale du bruit de fond naturel des réacteurs.

1.2.3. Méthode d'excitation aléatoire.

Lorsque le comptage est insuffisant et qu'alors l'étude du bruit de fond naturel conduirait à l'emploi d'un nombre de détecteurs trop grand, il est possible de relever le niveau moyen de ce comptage en plaçant une source à l'intérieur du cœur. Il est naturel de penser qu'une information plus grande sera obtenue au cours d'une mesure si le dépouillement tient compte non seulement du "signal de sortie" du réacteur mais aussi de la forme de celui qui est à "l'entrée". Cette remarque a conduit divers expérimentateurs à des techniques de corrélation puis à une excitation d'un réacteur au moyen d'une source en créneaux pseudo-aléatoire suivie de l'intercorrélation avec la sortie résultante.

On voit qu'il est nécessaire de posséder une excitation simple et efficace. Plusieurs auteurs se sont penchés sur le problème de la génération de bruits blancs (PETERSON [95], GYFTOPOULOS [92], BENNETT [93], CUMMIN [94]). Parmi les différentes méthodes proposées il semble que les signaux pseudo-aléatoires binaires soient les plus faciles à réaliser électriquement (STERN, CAZEMAJOU et alii [99], MELOT et MAX [102]).

Par ailleurs, la corrélation peut se faire au moyen d'appareils

spécialisés (PEI-TSI-CHU [88], MAX [89], BERTHIER [96]) ou à l'aide de calculateurs électroniques (SELFRIDGE [91], DALFES, BELIARD, CAZEMAJOU, FROELICHER [87]).

Les résultats obtenus par les divers expérimentateurs (VALAT [71], [72], [75], [82], UHRIG [76], RAJAGOPAL [77], [83], GRIFFIN [78], FREYCENON [79], PLUTA [80], CORRAN [81], GYFTOPOULOS [84], [85], [86]) - que la corrélation soit faite par corrélateur spécialisé ou par calculatrice numérique ou analogique - sont toujours largement moins bons que les résultats obtenus par neutrons pulsés ; cependant, ils s'approchent toujours à quelques pour cent des valeurs obtenues par les autres méthodes classiques : probabilités, bruit de fond naturel, oscillations, neutrons pulsés. J. VALAT a essayé d'expliquer et de mettre en évidence les sources possibles d'erreur [74] [75] [76].

1.3. Rappel - Cinétique des réacteurs.

Simplifié à l'extrême, un réacteur nucléaire peut être assimilé à un système linéaire du 1er ordre.

En effet, soit un réacteur idéal dans lequel il y aurait à l'instant t , n neutrons.

On suppose qu'un neutron, par fission, engendre k nouveaux neutrons. L'augmentation effective en neutrons est de

$$(k - 1)n$$

soit pour la population totale

$$n(k - 1)$$

Si cette augmentation se produit en un laps de temps τ très court,

l'équation qui régit le phénomène s'écrit :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n(k-1)}{\tau}$$

soit, après intégration :

$$n = n_0 e^{\frac{k-1}{\tau} t} = n_0 e^{-\alpha t}$$

Bien que la réalité soit nettement plus complexe il est possible de définir une plage de fonctionnement d'un réacteur, telle que sa réponse soit très proche d'une fonction exponentielle. Pour cela il est nécessaire de se tenir assez loin de la criticalité afin que l'influence des neutrons retardés devienne négligeable, et cependant la valeur de l'antiréactivité ne doit pas être trop grande pour que les harmoniques ne déforment pas excessivement la réponse du réacteur, compte tenu des positions relatives de la source et des détecteurs.

Les méthodes de détermination de la réponse impulsionnelle exacte d'un réacteur ainsi que l'interprétation fine des résultats sont bien établies et relèvent de la technique dite des "neutrons pulsés".

Le but de la manipulation présentée dans le paragraphe suivant n'est pas la mesure exacte de l'antiréactivité mais la mise en évidence de l'influence de la source dans une expérience "d'excitation aléatoire" et la méthode de correction d'erreurs engendrées par son éventuel fonctionnement defectueux.

Cependant, afin que les résultats soient plus complets, il a été fait une manipulation de référence selon la technique des "neutrons pulsés".

Lors de ces deux manipulations le réacteur était rigoureusement dans les mêmes conditions.

1.4. Présentation des conditions de l'expérience.

1.4.1. Réacteur.

La manipulation a été menée sur le réacteur de l'Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires, à Saclay.

Ce réacteur est à combustible enrichi, modéré principalement à l'eau légère. Le coeur est annulaire, chargé sur la couronne extérieure. L'intérieur de la couronne est constitué d'un réflecteur de graphite, le réflecteur extérieur est un empilement parallélépipédique également en graphite.

Les éléments combustibles baignent dans de l'eau qui sert de modérateur principal et de réfrigérant.

1.4.2. Source excitatrice.

La même source de neutrons a été utilisée pour les excitations de formes aléatoire et pulsée. Il s'agit d'un tube Philips PW 5 300.

Ce générateur fournit des neutrons d'énergie moyenne 14 MeV répartis en 4 π Stéradians. L'électronique de commande permet un fonctionnement en pulsé ou en continu. Lors de la manipulation "pulsée" le tube est commandé par une horloge Intertechnique HC 40 modifiée. Pour la manipulation aléatoire l'horloge HC 40 est remplacée par un registre à décalage à 15 étages bouclés sur les deux derniers bistables.

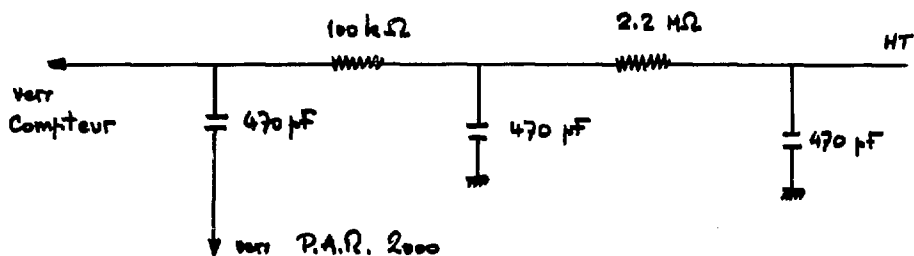
Pour des questions de symétrie et de ralentissement des neutrons excitateurs la source est placée dans le canal central du réacteur.

1.4.3. Détecteurs et électronique associée.

Les diverses manipulations nécessitent deux chaînes à impulsions, une chaîne à courant continu, une chaîne photo-multiplicateur.

Les chaînes à impulsions utilisées se composent de compteurs à bore 10 Westinghouse associés à des préamplificateurs PAR 2000 et à des discriminateurs VDI 10 (Standard S.A.I.P.).

Afin de diminuer les risques de claquage, la partie haute tension du PAR 2 000 est séparée de l'ensemble du préamplificateur selon le schéma suivant :



On trouvera sur les figures 18 et 19 les courbes caractéristiques des chaînes de comptage : taux de comptage en fonction de la haute tension d'alimentation et de la position du seuil du VDI 10. Ces courbes ont été tracées alors que le réacteur se trouvait à une puissance très faible.

Les points de fonctionnement ont été choisis au mieux à l'intérieur de chaque palier, soit 900 volts de Haute Tension et graduation 2,5 du discriminateur.

Une augmentation de la puissance du réacteur n'a pas provoqué de changements notables.

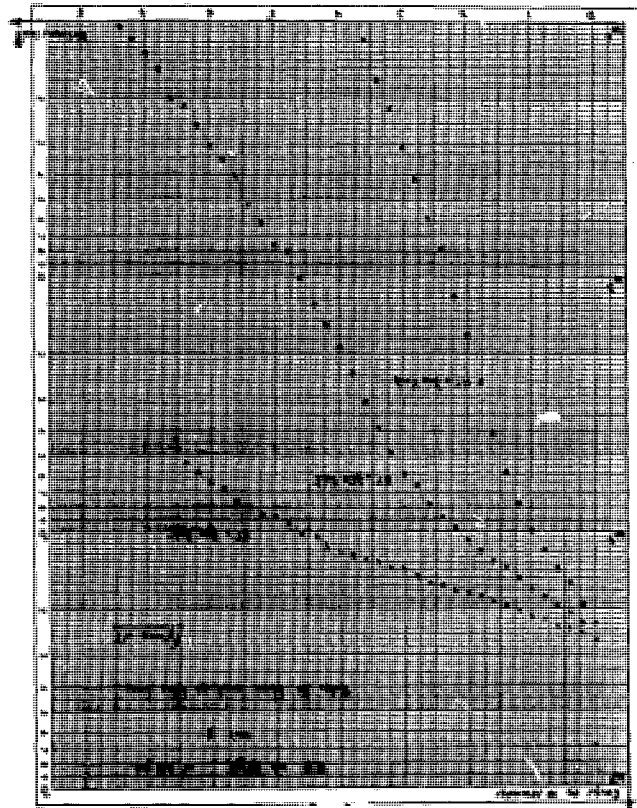
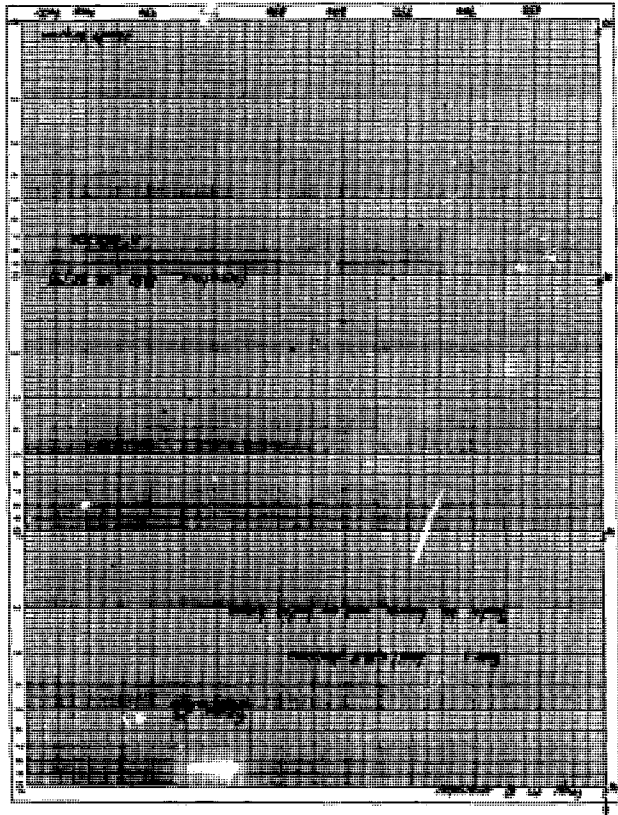
La chaîne à courant continu se compose d'une chambre d'ionisation CCP1 AN 5, d'un préamplificateur possédant une résistance de 10^7 ohms et d'un amplificateur à courant continu du type ACC 3.

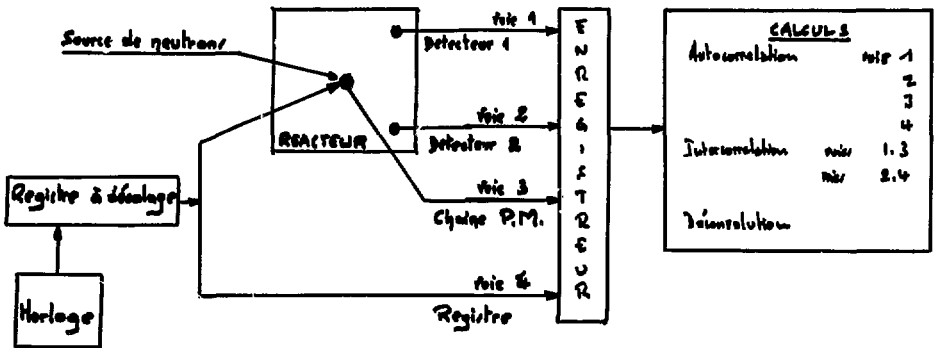
La chaîne P. M. est importante car elle donne une image du signal de modulation neutronique.

Le générateur de neutrons émet des neutrons de 14 MeV. Pour les mettre en évidence, on emploie la méthode de comptage des protons de recul produits à l'intérieur d'un scintillateur plastique couplé à un photomultiplicateur 56 AVP.

Le scintillateur, par l'intermédiaire du photomultiplicateur est relié à un discriminateur VDI 10. Le réglage du seuil du VDI 10 permet d'éliminer le bruit de fond.

On rappelle, en les schématisant, la position des principaux appareils





Le photomultiplicateur et la source de neutrons sont situés tous les deux dans le canal central, l'un au dessus de l'autre.

Le registre à décalage est commandé par une horloge réglée sur 330 Herz.

La page suivante est un plan côté du réacteur ULYSSE. On voit que le détecteur numéro 1 se trouve dans le canal V 04, le détecteur n° 2 dans le canal V 02. (figure 20).

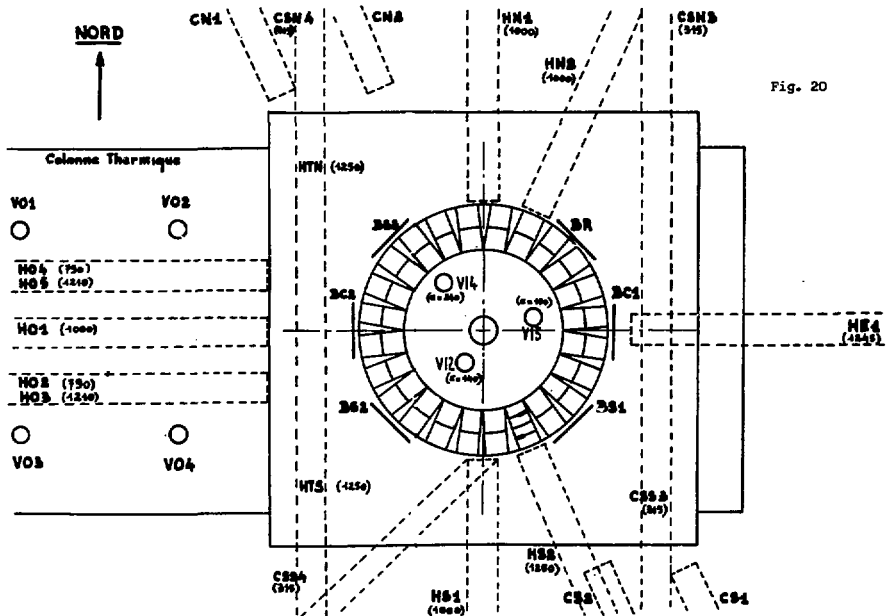


Fig. 20

1.5. Quelques méthodes de numérisation.

Lors de la mise au point de cette manipulation, trois méthodes de numérisation ont été testées.

La première, très précise, utilisait un appareillage important élaboré par le Laboratoire Central de l'Armement.

La seconde, beaucoup plus élémentaire avait pour bloc de base un sélecteur 400 canaux SA 40 MO1 Inter technique.

La troisième, enfin, présentée en détails ici, utilisait des éléments de la chaîne d'analyse multiparamétrique Inter technique (Multi D).

1.5.1. Numériseur 3 000.

Le numériseur 3 000, fabriqué par le L.C.A. se compose principalement de cinq parties :

- 1 - L'entrée des données sous forme analogique, à partir de bandes magnétiques,
- 2 - La numérisation proprement dite,
- 3 - La vérification de la numérisation de l'entrée par comparaison avec l'entrée,
- 4 - Le stockage des échantillons sous une forme compatible avec l'utilisation ultérieure sur ordinateur IBM,
- 5 - L'inscription sur bande digitale.

L'avantage de cet ensemble réside dans le fait que seulement deux bandes magnétiques sont nécessaires. La première, dite "Bande Initiale" est un support sur lequel les signaux sont stockés sous forme analogique (l'enregistrement

devant être fait à l'aide d'un appareil répondant au standard I.R.I.G.). La seconde bande, délivrée par le numériseur est une bande au format IBM, pouvant être lue directement par un calculateur du type 7040 ou 7090. La seconde bande n'est pas parfaite, il est nécessaire de prévoir son traitement préliminaire en vue de corriger les valeurs erronées qu'elle contient. La correction, bien que fastidieuse présente l'avantage de pouvoir être faite par programme.

Cette première méthode a été rapidement abandonnée car le numériseur était installé relativement loin du lieu de la manipulation, ce qui rendait son utilisation peu pratique.

1. 3. 2. Sélecteur 400 canaux Intertechnique.

Si l'on utilise des chambres à impulsions plutôt que des chambres à courant le numériseur peut alors être remplacé par un sélecteur 400 canaux.

On sait que le SA 40 possède une mémoire de capacité extrêmement faible : 400 mots, soit 200 mots par voie si l'on désire échantillonner simultanément deux signaux.

Une manipulation d'essai a cependant été faite selon le système suivant:

L'information en provenance du réacteur est apportée par deux chaînes à impulsions. Un tiroir spécial aiguille les informations d'une même voie toujours vers les mêmes canaux pairs, ou impairs. Le sélecteur 400 canaux, utilisé en "temps de vol" et piloté par une horloge HC 40 tient lieu de numériseur.

Lorsque la mémoire du sélecteur est saturée, un second tiroir spécial la vide sur une bande magnétique U 24 du calculateur intermédiaire RG 23 Intertechnique, remet à zéro les mémoires du SA 40 et permet un nouvel échantillonnage de 400 valeurs.

Après l'expérience il est nécessaire de reprendre les bandes U 24 et de les transformer en rubans perforés car le calculateur 360-30 disponible ne peut pas lire les bandes U 24.

Les informations stockées sur rubans perforés sont ensuite transcrites

sur bandes magnétiques digitales compatibles IBM.

A partir de ce stade il faut commencer le traitement des erreurs. Il a déjà été question de ce traitement au paragraphe précédent : NUMERISEUR 3 000.

Cette méthode possède deux inconvénients majeurs :

1 - Le vidage du SA 40 sur bande U 24 représente un temps mort considérable, par rapport au temps de stockage des données.

2 - La nécessité de faire transiter les informations par les rubans perforés est une contrainte très lourde.

1.5.3. Utilisation d'un enregistreur RG 32/BK 33 Intertechnique.

1.5.3.1. Création d'une bande 16 pistes.

L'élément central de la numérisation est un enregistreur magnétique numérique RG 32/BK 33. Le stockage des données se fait sur 16 pistes. Un aiguilleur amont AP 19 permet d'enregistrer simultanément quatre variables.

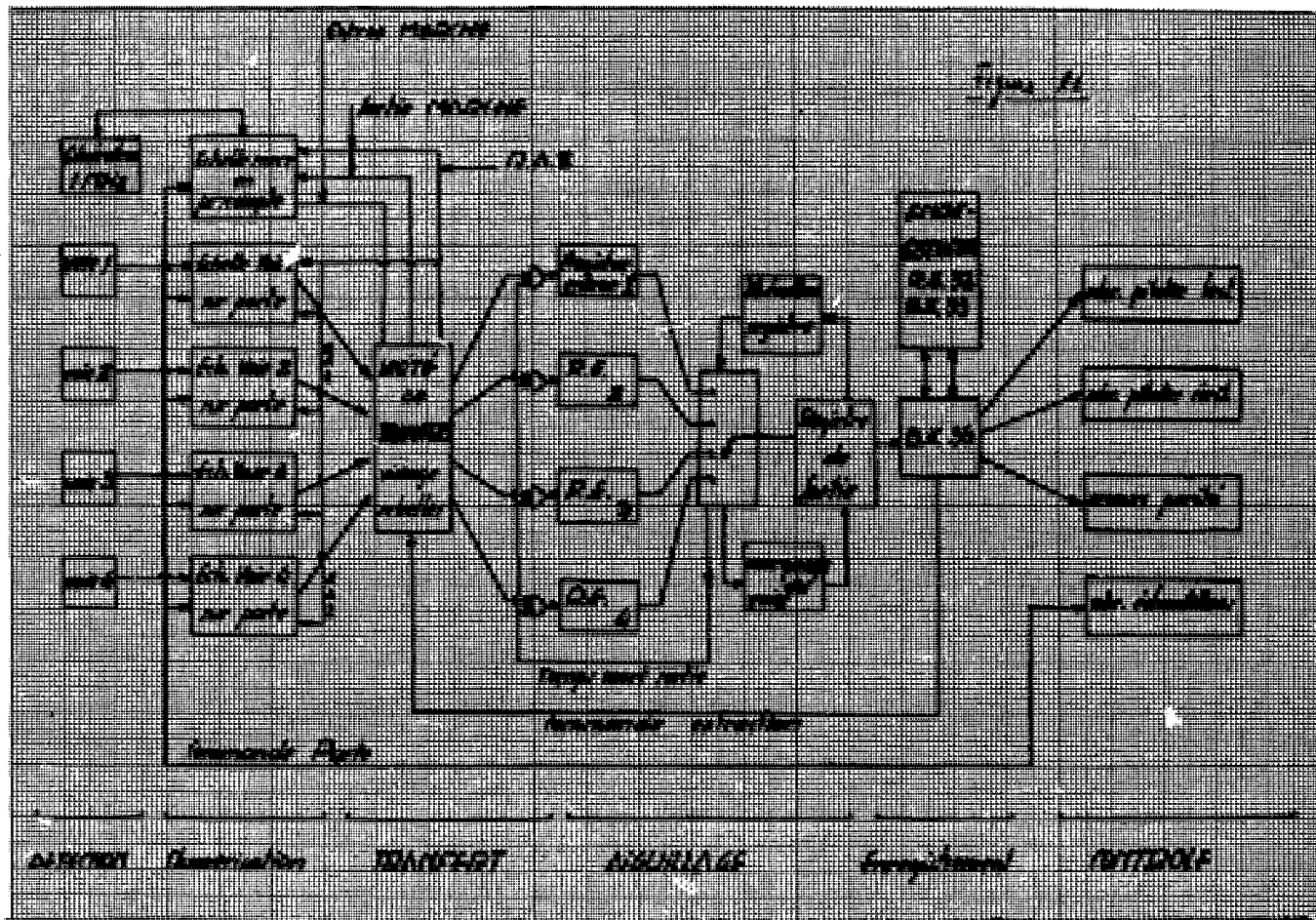
La transformation du taux de comptage (en provenance des chaînes à impulsions, donc du réacteur) en nombres est faite au moyen d'échelles du type ETT 10 associées à des tiroirs d'entrée ED 050. La durée de comptage d'une échelle correspond à la longueur de l'échantillon.

Le système complet est schématisé sur la figure 21.

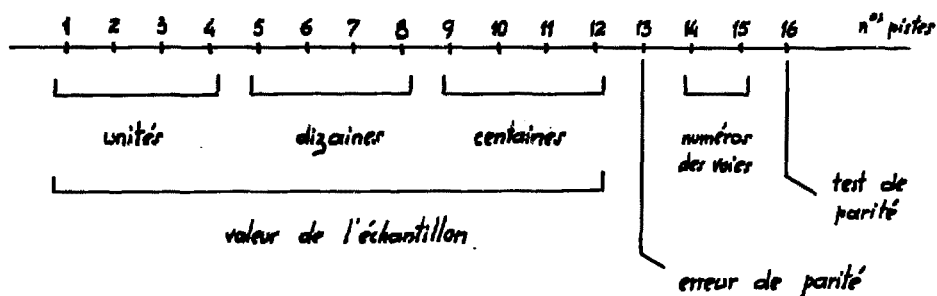
Une échelle mère, mise en précompte sur un oscillateur très stable 1 MHz commande l'ouverture des portes de 4 échelles de comptage ETT 10. La longueur d'ouverture de la porte correspond à la longueur de l'échantillon.

Lorsque l'échantillon est terminé, le contenu des 4 échelles est prélevé, puis envoyé dans l'étage d'entrée de l'aiguilleur. Ce dernier dirige vers l'enregistreur les 4 échantillons en les numérotant. Pendant le transfert de l'aiguilleur vers l'enregistreur les échelles sont remises à zéro, puis démarrées pour un nouvel échantillonnage.

Figure 11



L'information prélevée sur les prises multibroches à l'arrière des échelles ETT 10 se présente sous forme décimale codée binaire. Cette information est transcrite sans modification sur la bande magnétique 16 pistes. Par suite, compte tenu de la numérotation des voies et du test de parité les différentes pistes jouent les rôles suivants :



On voit que la valeur maximum d'un échantillon est de 999.

Ces échantillons sont numérotés de 1 à 4 sur les pistes 15 et 16 selon le code suivant :

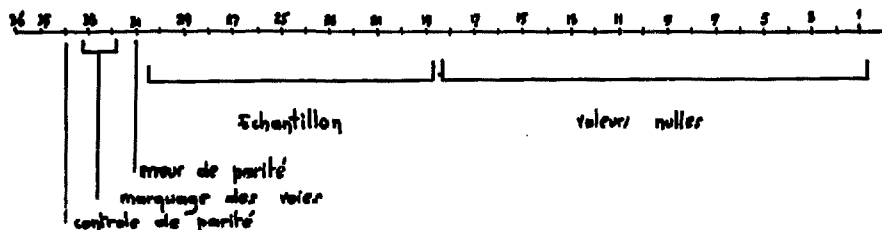
1	→	0 0
2	→	1 0
3	→	0 1
4	→	1 1

La piste 16 est utilisée pour le classique contrôle de parité, l'appareil fonctionne en parité impaire. Lorsqu'à la lecture le contrôle n'est pas respecté,

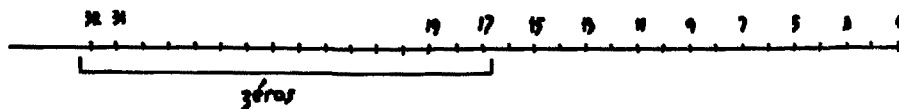
la valeur de l'échantillon est quand même transmise mais il y a inscription d'un signal de mise en garde sur la voie 13.

1.5.3.2. Création de la bande 7 pistes.

Afin d'être transformée en bande sept pistes compatible IBM l'enregistrement initial sur 16 pistes est lu par un calculateur CAE 510. Chaque ensemble de 16 digits binaires est lu et stocké dans une mémoire CAE de 18 digits. A chaque mot CAE de 18 digits il est ajouté un second mot de 18 digits tous nuls. La somme est un mot de 36 digits donc compatible avec une calculatrice IBM (série 7000). Chaque échantillon se présente alors comme suit :



Le calculateur CAE 510 inscrit ces mots de 36 digits sur une bande magnétique 7 pistes. Cette bande peut être lue et utilisée directement par un ordinateur (IBM série 7000). Pour des raisons de rapidité de calcul et de capacité de mémoires, il est nécessaire que les opérations soient effectuées sur un calculateur IBM de la série 360. On sait que les mots 360 sont de 32 digits. Il est donc nécessaire de créer une nouvelle bande, respectant le découpage en octets (1 octet = 8 digits = 1/4 de mot 360). Lors de cette opération les mots seront cadrés à droite de la manière suivante :



La dernière opération importante est le décodage de la bande. En effet, le calculateur peut maintenant accepter ces mots de 32 digits mais il les interprète comme étant du binaire pur, ce qui n'est pas le cas.

On procède donc aux opérations suivantes :

- 1 - Contrôle des erreurs de parité.
- 2 - Contrôle de la distribution des voies : les échantillons doivent se succéder dans l'ordre 1234 1234 1234
- 3 - Interprétation de la valeur de l'échantillon à partir de son codage DCB et nouvelle inscription selon le code binaire pur.
- 4 - Transformation du mot de 32 digits en 1/2 mot de 16 digits par abandon des mémoires de 17 à 32 toutes nulles.

La bande créée est alors utilisable pour le dépouillement de la manipulation.

3ème PARTIE.

2. Interprétation des résultats.

2.1. Introduction.

La méthode d'acquisition de données, présentée au chapitre précédent a permis d'effectuer un très grand nombre de manipulations. Présenter tous les résultats n'est absolument pas le but du présent travail. Au contraire, il a été sélectionné une seule expérience capable de mettre particulièrement bien en évidence les diverses remarques énoncées au cours des chapitres précédents. On les rappelle ici pour mémoire :

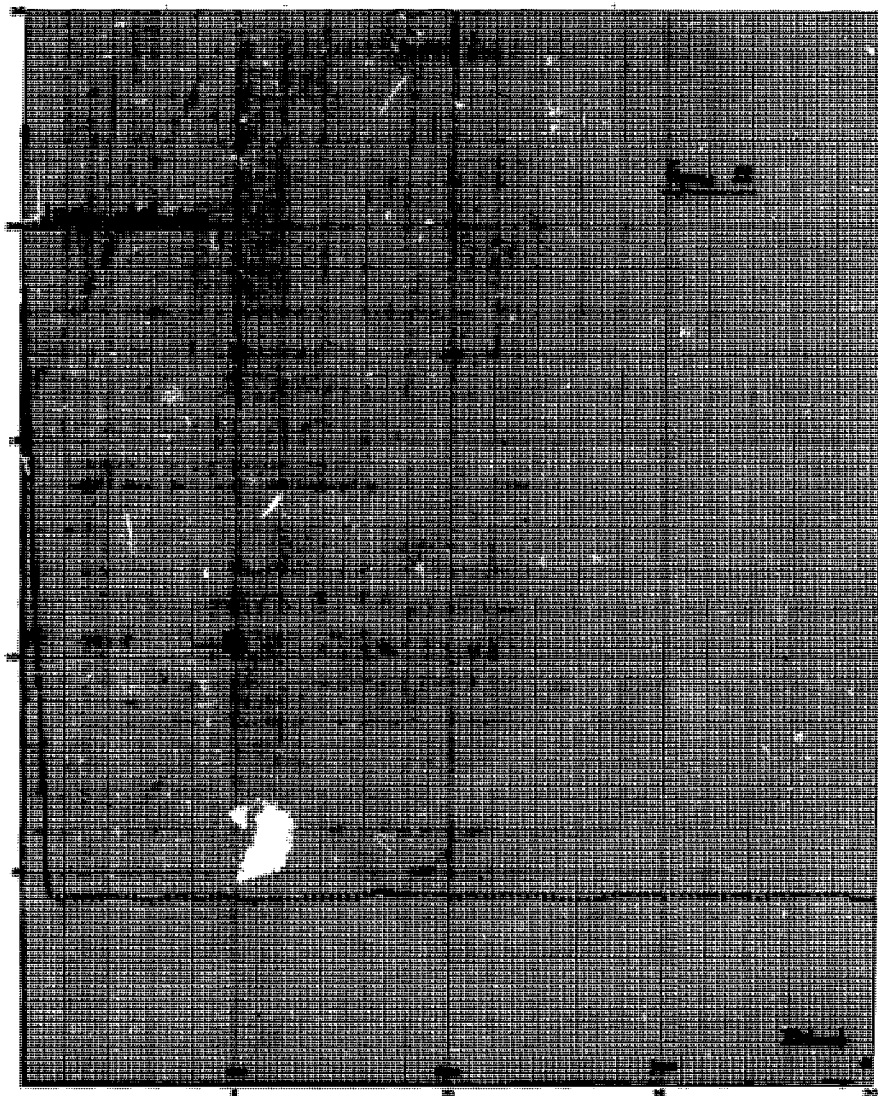
- La détermination de la réponse impulsionnelle d'un système linéaire par excitation aléatoire n'a de chance de réussir que si la fonction d'autocorrélation du signal d'excitation est parfaitement assimilable à une impulsion de Dirac, - la rectitude de la partie nulle étant aussi importante, sinon plus, que la finesse de la pointe-. Autrement dit, l'excitation doit être aussi aléatoire que possible.

- Dans le cas où l'excitation ne possède pas ces qualités, on peut corriger les erreurs introduites en effectuant une déconvolution. Cette opération corrige parfaitement lorsque les signaux ne sont pas mêlés à un bruit parasite. Dans le cas contraire, on risque de voir le résultat - ici la réponse impulsionnelle - présenter une dispersion assez considérable.

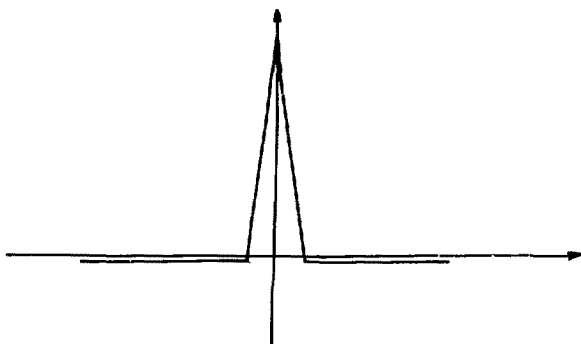
Les courbes qui suivent vont préciser ces remarques.

2.2. Discussion des courbes.

2.2.1. La première courbe présentée (courbe n° 22) est la fonction d'autocorrélation du registre à décalage.



Le fonctionnement de cet appareil est classique, de même sa fonction d'autocorrélation et l'on sait que, lorsque cette fonction est calculée sur la "période" exacte du registre, on obtient un triangle symétrique par rapport à l'origine.



La période du registre peut être représentée par un nombre d'impulsions de l'horloge de commande. Dans le cas considéré ce nombre vaut :

$$2^{15} - 1 = 32767$$

Cette valeur n'a pas été atteinte exactement au cours de la manipulation. En effet :
32767 impulsions d'une horloge réglée à 330 Herz représente

$$\frac{32767}{330} = 100 \text{ secondes environ.}$$

D'après le chapitre précédent, on sait que les informations en provenance du réacteur transitent par une bande sept pistes créée sur un calculateur CAE 510. Ce calculateur inscrit des blocs de 128 nombres séparés par des intervalles standards de 0,75 pouce, en densité 556 b.p.i.

Un bloc couvre donc une longueur de :

$$\frac{(128 \times 6) \text{ caractères}}{556} + 0,75 = 2,13 \text{ pouces.}$$

Une bande pour ordinateur a une longueur d'environ 25000 pouces, il est donc possible d'y mettre au maximum :

$$\frac{25000}{2,13} = 11750 \text{ blocs de 128 nombres, soit :}$$

$$11750 \times 32 = 375\,000 \text{ échantillons.}$$

L'expérience a été menée de telle façon que les échantillons soient distants de 250 microsecondes. On voit que

$$375\,000 \times 250 \text{ microsecondes} = 95 \text{ secondes environ}$$

ce qui est inférieur à la période du registre.

De plus, par suite de l'emploi de bandes non neuves, ou par suite d'erreurs d'enregistrement, seulement 300 000 échantillons par voie ont pu être utilisés pour les calculs de corrélation.

La fonction d'autocorrélation du registre à décalage ne peut donc pas être le triangle parfait dessiné ci-dessus. On reconnaît cependant la décroissance linéaire sur une longueur de 12 à 12,2 échantillons. La base du triangle représente la période de l'horloge de commande du registre à décalage :

$$12,2 \times 250 \text{ microsecondes} = 3\,050 \text{ microsecondes}$$

$$\text{soit } \frac{1\,000\,000}{30500} = 328 \text{ Herz}$$

$$12 \times 250 \text{ microsecondes} = 3\,000 \text{ microsecondes}$$

$$\text{soit } \frac{1\,000\,000}{3000} = 333 \text{ Herz.}$$

Cette imprécision correspond à celle donnée par le réglage du générateur Hewlett-Packard utilisé comme horloge.

La partie horizontale n'est pas parfaite. Le fait que la "période" exacte du registre n'ait pas été atteinte est mis clairement en évidence par l'apparition de lobes latéraux sur la fonction d'autocorrélation.

2.2.2. La seconde courbe (courbe n° 23) représente la fonction d'autocorrélation du signal délivré par le photomultiplicateur, c'est-à-dire la fonction d'autocorrélation du signal d'excitation neutronique (On suppose que le P. M. donne une image fidèle des variations du nombre de neutrons émis par la source).

C'est ici qu'apparaît la particularité de l'expérience. En effet, dans la manipulation classique, précisément cette fonction d'autocorrélation doit approcher au maximum une impulsion de Dirac.

On a cherché à déformer notablement la courbe idéale pour pouvoir mettre en évidence l'efficacité de la déconvolution. La déformation a été obtenue par l'utilisation d'une particularité de fonctionnement de la source de neutrons Philips : le nombre de neutrons n'est pas constant avec la forme de la tension appliquée à la source.

On peut avoir principalement les trois cas suivants :

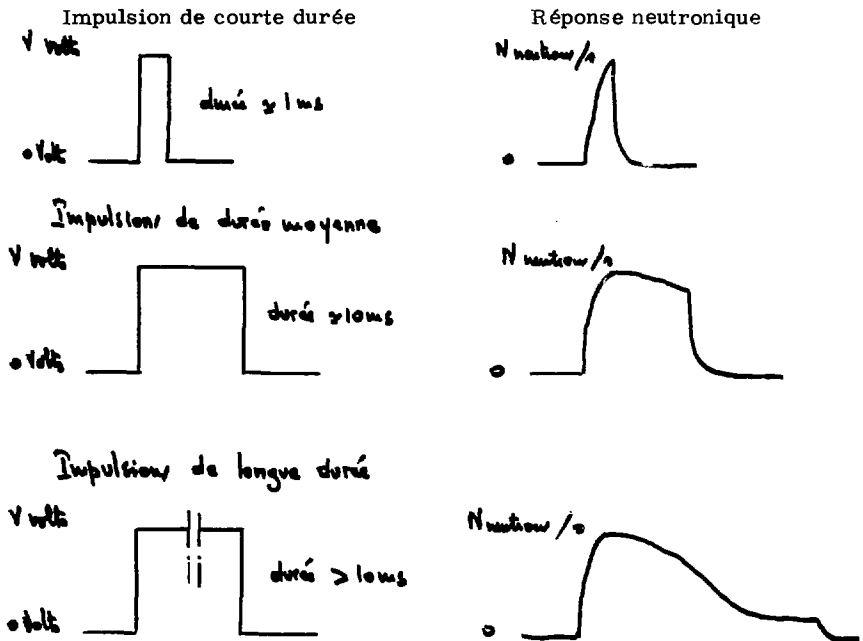
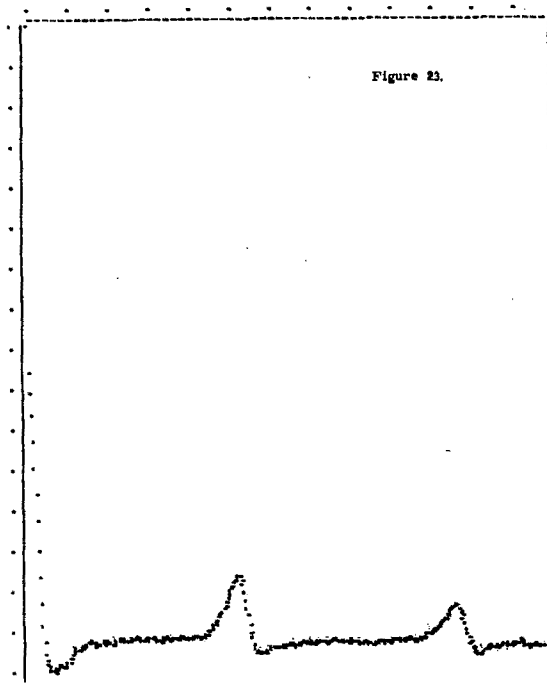
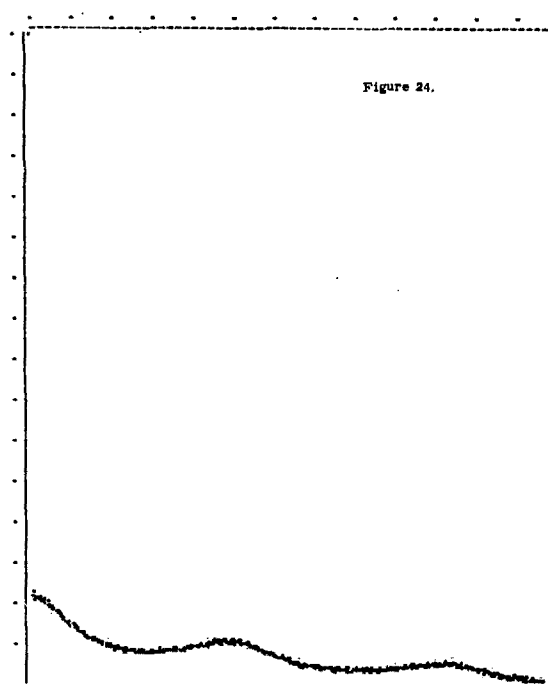


Figure 23.



	ABSCISSES	ORDONNEES
MIN=	1.000E C0	2.513E C6
MAX=	4.000E C2	5.580E C6
PAS=	1.500E C0	6.450E C3
ICH=	2.457E C1	1.015E C5

Figure 24.



	ABSCISSES	ORDONNEES
MIN=	1.000E C0	4.215E C1
MAX=	4.000E C2	4.654E C1
PAS=	1.500E C0	1.200E C4
ICH=	2.457E C1	2.100E C5

Cette non linéarité déforme la fonction d'autocorrélation. L'explication exacte de la forme de la courbe obtenue nécessite une étude extrêmement poussée du fonctionnement de la source. En tous cas, il est certain que l'appareillage Philips donne des résultats originaux lorsque la fréquence de commande est basse, ce qui est le cas ici.

On a pu remarquer que lorsque la fréquence d'horloge voisine 1 kHz la fonction d'autocorrélation du comptage de l'excitation n'est plus déformée.

Enfin, on remarque que cette courbe n'est pas lisse, mais affectée d'une légère dispersion.

- D'une part la commande du générateur de neutrons n'est une fonction ni purement aléatoire, ni lisse. Par voie de conséquence, le signal neutronique ne peut pas non plus en être une.

- D'autre part, il intervient le fonctionnement des dynodes du photomultiplicateur : une particule détectée dans le scintillateur ne produit un effet identique qu'en moyenne seulement.

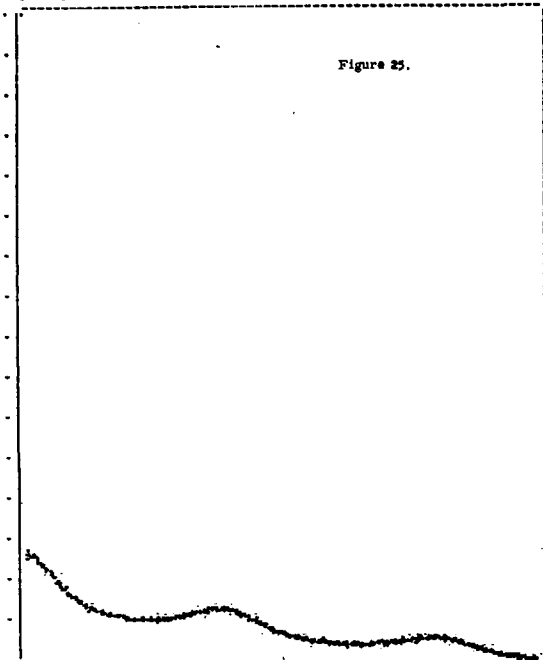
2.2.3. Les deux fonctions suivantes (courbes n° 24 et 25) sont les fonctions d'autocorrélation des signaux issus des chaînes à impulsions.

L'ordonnée du premier point de la courbe ($6,871 \cdot 10^7$) représente la somme des carrés des valeurs des échantillons : 68.710.000 en 300.000 échantillons soit environ $16 = 4 \times 4$ par intervalle de temps de 250 microsecondes.

Le comptage moyen s'établit à 16 000 impulsions/seconde. Cette valeur est très loin de la limite de comptage des chaînes utilisées, lesquelles, lors de la manipulation de mesure de temps mort ont dépassé le taux de comptage de 10^6 /seconde.

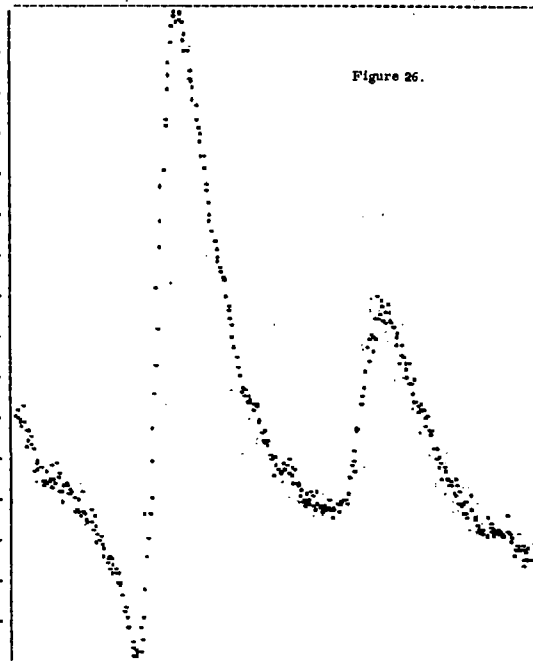
Par ailleurs, l'ordonnée du 400^e point peut être prise comme la valeur asymptotique de la courbe : ceci donne une idée de la valeur moyenne du comptage du bruit non corrélé. On voit donc que l'amplitude des courbes ne représente qu'environ 10 % du carré de la valeur moyenne. Si de plus on se désintéresse du premier

Figure 25.



	ABSCISSES	ORDONNEES
MIN=	1.000E C0	6.212E C7
MAX=	4.000E C2	6.471E C7
PAS=	1.583E C0	1.745E C4
ICH=	2.457E C1	2.758E C5

Figure 26.



	ABSCISSES	ORDONNEES
MIN=	1.000E C0	1.225E C7
MAX=	4.000E C2	1.248E C7
PAS=	1.583E C0	1.207E C3
ICH=	2.457E C1	1.504E C4

point pour ne regarder que le bruit corrélé, le rapport tombe à environ 2 à 3 %, ce qui est particulièrement faible.

Par suite, afin d'éviter toutes contestations sur les erreurs d'arrondi du calculateur, tous les calculs de corrélation ont été menés en arithmétique entière et non en virgule flottante. L'arrondi n'a été effectué que sur le résultat, la précision oscille donc entre 2^{-22} et 2^{-24} (Calculateur I.B.M. 360-75).

Le rapport entre l'ordonnée du premier point et celle du second est une estimation de "l'efficacité" du compteur de neutrons : plus le compteur sera loin de l'uranium, plus l'amplitude du deuxième point se rapprochera de la valeur asymptotique. A la limite, lorsque le compteur est trop loin du coeur, le second point et les suivants sont distribués autour de cette valeur asymptotique, la fonction d'autocorrélation ressemble à une fonction de Dirac, le compteur baigne donc dans un gaz de neutrons tout à fait indépendant du fonctionnement du réacteur. L'efficacité du détecteur est extrêmement faible, il est quasiment impossible d'avoir un renseignement sur la réaction en chaîne.

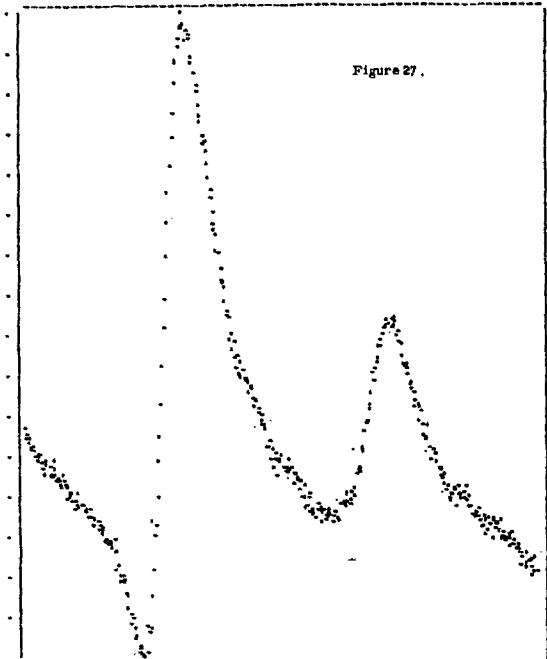
2.2.4. Les fonctions d'intercorrélation, excitation neutronique - détecteur neutronique, sont tracées sur les courbes n° 26 et 27).

On retrouve principalement dans ces fonctions les irrégularités de l'excitation, et l'on voit qu'il est très difficile d'extraire une information de ces courbes.

La réponse impulsionnelle, calculée avec les résultats de l'un ou de l'autre détecteur, est définie par 400 points. Le retard zéro, origine de la réponse se situe au centième point, par suite, il y a cent retards négatifs, trois cents positifs, ce qui représente en secondes

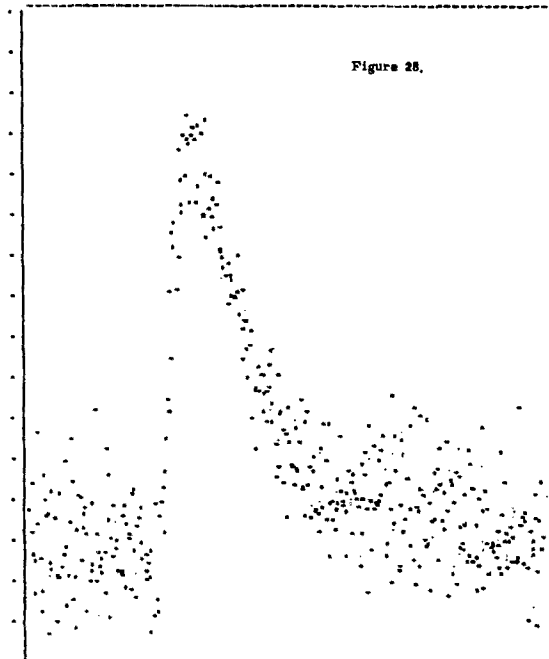
$$\begin{aligned} - 100 \times 250 \cdot 10^{-6} &= - 25 \text{ millisecondes} \\ 300 \times 250 \cdot 10^{-6} &= + 75 \text{ millisecondes.} \end{aligned}$$

Figure 27.



	ARCISSES	ORDCNNEES
MIN=	1.000E C0	1.510E C7
MAX=	4.000E C2	1.554E C7
PAS=	1.563E C0	1.524E C2
ICH=	2.457E C1	2.412E C4

Figure 28.



	ARCISSES	ORDCNNEES
MIN=	1.000E C0	-7.313E-C3
MAX=	4.000E C2	4.563E-C2
PAS=	1.563E C0	1.657E-C4
ICH=	2.457E C1	2.614E-C3

La première réponse à l'impulsion parasite se retrouve bien aux environs de 40 millisecondes (compte tenu du temps de propagation de l'onde neutronique), par contre la seconde réponse parasite ne peut pas apparaître puisque située au delà de 80 millisecondes.

Il est d'ailleurs très facile de mesurer le temps que met l'onde neutronique pour aller de la source Philips à l'un ou l'autre des détecteurs :

On connaît l'origine de la bouffée neutronique point 100

On mesure le maximum de la réponse impulsionnelle point 125

$$\begin{aligned}\text{Temps de propagation} &= 25 \times 250 \cdot 10^{-6} \text{ seconde} \\ &= 6,5 \text{ millisecondes.}\end{aligned}$$

Enfin, on peut remarquer ici encore que l'amplitude de la réponse ne représente qu'un très faible pourcentage du carré intégré de la valeur moyenne :

$$\frac{1,268 \cdot 10^7 - 1,229 \cdot 10^7}{1,268 \cdot 10^7} = 3 \%$$

La précision du calcul de l'ordinateur permet la possibilité du résultat.

Extraire l'antiréactivité d'une telle courbe est une entreprise trop hardie, le seul traitement réalisable consiste à tenir compte de l'imperfection du créneau neutronique excitateur en retrouvant la véritable réponse impulsionnelle par déconvolution.

2.2.5. Cette transformation a été faite et son résultat apparaît sur les figures n° 28 et n° 29).

Deux remarques sont immédiates : les importantes déformations ont disparu et il apparaît une dispersion importante.

La déconvolution utilise les résultats du calcul de la fonction d'auto-corrélation du signal excitateur. On peut voir que cette fonction, dans le cas présent, est entachée d'un certain bruit. L'opération de déconvolution est telle que ce bruit parasite se répercute sur la réponse impulsionnelle : chaque point de cette

réponse apparaît comme le résultat d'une intégration du produit de deux fonctions toutes deux entachées de bruit. Le rapport signal sur bruit final ne peut donc être que fortement détérioré, c'est ce qui apparaît clairement sur les courbes précitées.

Par ailleurs, est-ce que, dans le cadre de cette manipulation, l'amplitude de la dispersion est normale ?

La réponse à cette question est assez délicate. En effet, on pourrait penser que la précision du calcul de l'ordinateur peut être mise en doute. On se souvient que cette même précision a été chiffrée au cours de la seconde partie, chapitre deux : Simulation. La déconvolution ne portait que sur soixante points mais les résultats n'étaient distants du résultat exact que de quelques 10^{-5} en moyenne et 10^{-8} en variance seulement.

Il ne semble donc pas que la précision du calcul puisse être mise en cause ici.

Un autre fait est probablement plus important. Si l'on voulait calculer la réponse impulsionnelle par déconvolution, il faudrait en toute rigueur opérer sur des fonctions connues de $-\infty$ à $+\infty$. Il est évidemment nécessaire de diminuer cet intervalle. Par suite le résultat que l'on peut obtenir est entaché d'une erreur d'autant plus importante que les parties abandonnées des signaux sont différentes de leurs valeurs asymptotiques. C'est notamment le cas ici : les fonctions d'intercorrélation sont définies par un nombre de retards positifs trop faible, il n'est donc tenu compte que d'une déformation sur les deux visibles sur la courbe d'autocorrélation. Cette courbe est probablement insuffisante d'ailleurs ; un nombre plus élevé de points est souhaitable. Cependant la mémoire du calculateur, - déjà énorme puisque égale à 1 024 K octets - ne permet pas de traiter des fonctions définies par plus de quatre cents points. En effet, la méthode de déconvolution utilisée étant une simple résolution d'un système algébrique, la matrice des données (carrée d'ordre quatre cents), occupe déjà 160 000 mémoires soit 625 K octets.

Il serait nécessaire de changer de méthode de déconvolution.

Ainsi, l'amplitude de la dispersion est probablement surfaite, augmentée par une définition insuffisante des fonctions traitées.

2.3. Remarques.

Cette expérience met en évidence plusieurs faits :

- 1 - L'utilisation hors-ligne d'un calculateur non spécialisé pour le traitement des résultats s'avère une méthode très lourde de mise en oeuvre.

C'est cependant une des meilleures lorsque l'on désire étudier systématiquement, et par là même mettre au point une manipulation.

- 2 - Le résultat de la détermination de la réponse impulsionnelle d'un réacteur par excitation aléatoire de source suivie d'intercorrélation est essentiellement liée à la qualité de l'excitation, ce qui avait déjà été montré au cours de la deuxième partie.

- 3 - Lorsqu'on considère la réponse impulsionnelle d'un système linéaire obtenue par excitation pulsée périodique, on est frappé par la précision de la courbe. Les réponses fournies par une technique d'excitation aléatoire sont nettement moins bonnes. Pourquoi ?

Il faut remarquer tout d'abord que l'excitation pulsée périodique est une méthode de corrélation. La fonction d'autocorrélation du signal d'entrée est un peigne de Dirac, le résultat est la réponse impulsionnelle.

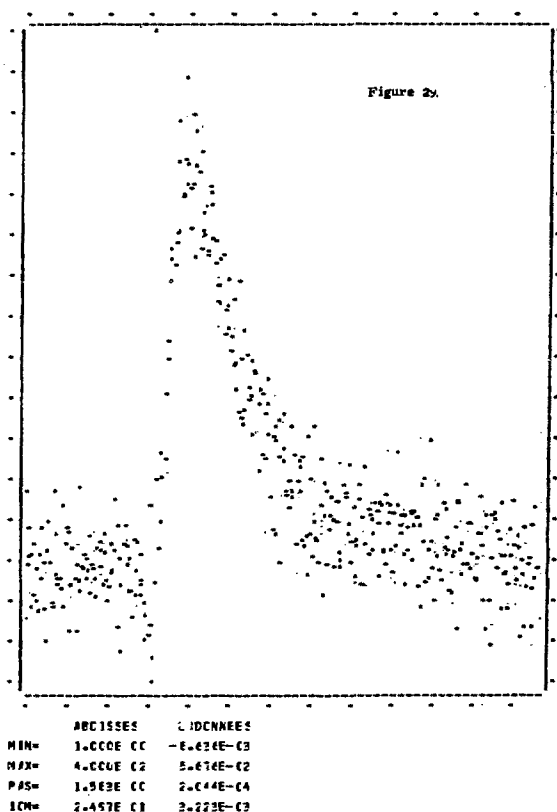
Dans le cas de l'intercorrélation, la théorie mathématique demande que la fonction d'autocorrélation du signal excitateur soit une fonction de Dirac. En fait, l'application pratique montre qu'un tel signal est assez difficile à obtenir, et c'est dans la notion de "puissance transférée" du signal au système linéaire qu'il faut voir la solution.

Considérons par exemple un réacteur nucléaire de bande passante B,

une source de neutrons de bande passante variable et de puissance constante P. La forme du spectre de puissance est donc lié à la fréquence de coupure choisie pour la source, et de manière générale on a intérêt à ce que les deux spectres, du signal excitateur et du système linéaire à étudier soient de grandeurs semblables.

Ce raisonnement, qui semble diverger d'avec la théorie mathématique conduit à des signaux d'entrée dont la fonction d'autocorrélation n'est plus précisément une Dirac, et il devient nécessaire d'effectuer une déconvolution sur le résultat si l'on désire obtenir la réponse impulsionnelle exacte.

Malheureusement, l'expérience présentée ici montre que la déconvolution ne peut apporter de solution valable lorsqu'il y a présence de bruit parasite.



CONCLUSION

Plusieurs remarques sont mises en évidence dans cette étude :

1. Le calcul des fonctions de corrélation n'est pas influencé par la qualité de la quantification.

Les tableaux de résultats ainsi que les fonctions obtenues au calculateur numérique prouvent l'excellente précision qui peut être atteinte, que la quantification soit fine ou grossière, qu'elle soit linéaire, géométrique ou gaussienne, et enfin qu'elle agisse sur des signaux laplaciens ou non.

Le travail précédent n'a pas considéré la quantification dans toute sa généralité. En effet, il serait nécessaire de prendre en considération l'origine de la quantification, comme il l'a été fait dans la note à l'Académie des Sciences de Monsieur le Professeur G. BONNET (référence citée). Il serait également nécessaire de chercher la quantification optimale : géométrique, gaussienne, ou autre.

Il est cependant possible de dire que dans ces futures recherches, une méthode identique à celle appliquée ici peut certainement amener à un résultat (calcul de la fonction de répartition puis de la fonction caractéristique).

Bien que, comme il vient d'être dit, les résultats obtenus ne sont que partiels, il apparaît nettement que de toutes les méthodes de corrélation, la corrélation hybride semble être la meilleure, tant par l'exactitude de sa valeur moyenne que par la faible valeur de l'erreur probable.

Les tableaux de chiffres présentent l'avantage de pouvoir être utilisés pour la construction de corrélateurs.

2. L'obtention aussi rapide d'une bonne précision ne doit cependant pas faire illusion.

En effet, l'habitude des servo-mécanismes conduit généralement à raisonner sur des fonctions de transfert plutôt que sur des fonctions de corrélation. Théoriquement les deux résultats sont identiques, en fait bien souvent les fonctions de transfert sont plus claires et plus simples à interpréter.

Le passage de la fonction de corrélation à la fonction de transfert se fait par une transformation de Fourier. Dans cette transformation, on a vu que la combinaison des erreurs était telle que l'ordre de grandeur du rapport signal sur bruit de la fonction de corrélation était conservé.

Cependant, si l'on désire une fonction de transfert extrêmement précise, il est nécessaire de surveiller la précision de la fonction de corrélation, donc de surveiller la méthode et le nombre de niveaux de quantification du signal étudié.

3. Le calcul de la fonction de transfert n'est pas seulement lié à la bonne qualité de la quantification. Ce qui peut la modifier essentiellement est la définition de la fonction de corrélation, nombre de points, distance entre points.

On a vu que les principales déformations pouvaient être fortement diminuées et par quelle méthodes. Il est clair que d'une part lesdites méthodes ne sont pas exclusives, il est possible et intéressant d'en faire apparaître de meilleures, et d'autre part elles peuvent porter sur des signaux autres que ceux étudiés ici.

En effet, les vérifications ont porté sur un signal filtré soit par un filtre passe-bas du 1er ordre, soit par un filtre passe-bas du second ordre légèrement résonnant.

Si le filtre du second ordre avait été fortement résonnant, on aurait pu trouver localement une perturbation secondaire venant du fait que l'analyse par corrélation d'un signal n'est pas optimale dans ce cas. - Blackmann et Tukey précisent que l'analyse par corrélation doit être faite de préférence sur des signaux dont le spectre de densité de puissance est sensiblement plat -.

On doit cependant retrouver les mêmes déformations sur tous les signaux analysés, à condition de se placer dans les mêmes dispositions de calcul.

Enfin, il est nécessaire de préciser qu'une fonction de transfert doit être en premier lieu calculée et tracée en échelles linéaires (gain-fréquences). En fait, l'habitude est aux échelles semi-logarithmiques ; en effet, cette technique offre un grand avantage pratique mais par ailleurs présente les fonctions de transfert sous une forme totalement nouvelle. Le faible nombre de points dans la zone des hautes fréquences peut conduire soit à des interprétations erronées, soit à l'oubli pur et simple de déformations classiques.

Lorsque l'on est certain du résultat, c'est-à-dire lorsque l'analyse a été poussée au delà du premier maximum de Nyquist, alors et seulement alors il devient intéressant de passer aux échelles semi-logarithmiques.

4. Les remarques jusqu'ici ont porté sur des opérations traitant des signaux sans bruit parasite.

Dès que l'on noie un signal dans un bruit, le problème est différent, les valeurs de quantification, d'échantillonnage revêtent une importance nettement moindre devant le "traitement du signal".

Le rapport signal sur bruit avant et après corrélation, la longueur de l'échantillon nécessaire pour atteindre une précision donnée , toutes ces questions ont été largement traitées et il suffit de se rapporter aux ouvrages des spécialistes pour obtenir les renseignements nécessaires.

L'important est de se rendre compte que le résultat final, par exemple une fonction de corrélation, doit être une fonction lisse. Ce résultat est évidemment impossible à atteindre théoriquement. En pratique, il faut calculer jusqu'à ce que l'on soit sûr que la dispersion persistante n'est due qu'aux erreurs statistiques. On opère alors un lissage par une méthode adéquate, filtre numérique, ou décomposition en polynômes de Legendre, ou de Hermite, ou simplement par combinaison de séries de fonctions exponentielles.

Le résultat parfaitement lisse - et reflétant cependant la réalité - pourra servir de base à des calculs ultérieurs : déconvolution, transformation de Fourier, etc. . . .

Cette très délicate notion de filtrage est cependant nécessaire. On a vu dans la troisième partie de cette étude ce qu'il advient des résultats de déconvolution lorsqu'on opère sur des fonctions de corrélation directement issues du calcul.

5. Différents calculateurs numériques ont été largement utilisés pour mettre au point les expériences et les simulations qui ont été présentées ici. En fait, une large partie du temps de l'étude a été consacrée à des problèmes de calcul pur : familiarisation avec divers langages de programmation (FORTRAN 2, FORTRAN IV, notions de FAP, d'ASSEMBLEUR), problèmes pratiques de numérisation, méthodes de stockage des données (cartes, rubans perforés, bandes et disques magnétiques), recherches d'erreurs dans la mise au point des programmes de calculs, etc.....

Il faut prendre garde de ne pas se laisser déborder par les exigences de la programmation et ne pas perdre de vue que le calcul a pour but ultime l'explication des phénomènes physiques et non pas les nombres eux-mêmes.

6. Il est couramment admis que l'utilisation d'un ordinateur est onéreuse et qu'il convient dans la plupart des cas de préférer un appareillage spécialisé beaucoup moins coûteux.

Le travail présenté ici devrait permettre de nuancer cette affirmation.

L'évaluation du coût d'une étude menée sur un ordinateur est délicate car elle dépend de la puissance de l'installation utilisée et de la longueur des calculs à effectuer. La loi de GROSCHE affirme, pour des installations classiques, que la puissance de calcul est proportionnelle au carré du prix du matériel. Ainsi, pour un même problème traité, plus le ordinateur utilisé sera puissant, moins le prix de revient sera élevé.

Par ailleurs, la méthode utilisée pour traiter le problème (résultat de l'analyse numérique) peut faire varier le temps de traitement, dans des pro-

portions considérables. Si l'on prend le cas de la transformée de Fourier (traitée ici), le temps de calcul varie proportionnellement au nombre d'échantillons au carré (N^2) si l'on choisit l'application simple de la relation mathématique, et comme le logarithme du nombre d'échantillons ($N \log N$) si l'on préfère la transformée de Fourier rapide (FFT ou méthode de COOLEY-TUKEY [34] à [40]). De même le calcul matriciel est exécuté beaucoup plus rapidement lorsque l'utilisation du langage MATLAN [103] est préférée aux classiques méthodes du S.S.P. [104].

Enfin, il faut remarquer que les calculs à partir de données d'expérience sont généralement plus long que les calculs théoriques car le traitement du support d'entrée nécessaire est long et délicat à mettre au point : lecture de rubans magnétiques, de cartes ou de bandes perforées, et séquences d'erreurs.

Il est rappelé pour mémoire le prix d'une bande magnétique : de l'ordre de 300 F (en baisse) selon sa qualité. Dans le cas de l'expérience présentée ici, il était nécessaire d'utiliser deux bandes par manipulation.

Le temps de calcul (temps C.P.U., IBM 360, modèle 75) s'élevait à huit minutes pendant lesquelles il était élaboré une fonction d'auto ou d'intercorrélation, déterminée par 100 points, calculés sur 100 000 échantillons. Les fonctions présentées dans le chapitre précédent sont élaborées sur 300 000 échantillons, chacune sur 400 points. Elles représentent donc en tout :

8 minutes x 3 (échantillons) x 4 (points) x 6 (nbre de fonctions)

10 heures.

On peut estimer à environ 50 heures de machine le temps nécessaire au calcul de toutes les fonctions de corrélation, le décodage des bandes magnétiques, le temps de mise au point du dépouillement (programme de déconvolution, de tests des échantillons, de corrélation, de moindres carrés, etc...), ce qui, à 4 000 F l'heure représente un montant global d'environ 200 000 F.

Ces chiffres ne doivent pas faire illusion, et par leur importance condamner l'emploi de l'ordinateur. En effet, les progrès sont très rapides en informatique, à tel point que, lorsque les programmes de dépouillement ont été mis au point, il est apparu clairement que pour ce genre de recherche, les nou-

veaux calculateurs hybrides étaient les mieux adaptés.

Le fait de pouvoir passer directement de l'enregistrement magnétique analogique à la fonction de corrélation disponible sur un traceur incrémental en ligne supprimait à la fois l'échantillonneur, l'enregistreur numérique continu, la création des bandes numériques compatibles et leur décodage.

De plus en plus le prix de l'heure de calculateur baissera ; le terminal deviendra un outil classique de laboratoire, toujours disponible grâce à la multi-programmation (systèmes MVT par exemple) et orienté - si tel est le désir de l'utilisateur - vers la collection et le traitement des données. Il est donc clair que cette solution est celle de l'avenir, il devient périmé de chercher à faire des corrélateurs analogiques, ou numériques, ou hybrides, ou optiques, utilisables pour la recherche appliquée.

Le travail présenté ici, outre les remarques relatives aux limites de la méthode d'étude d'un système linéaire bruité par excitation aléatoire de source et intercorrélacion a essayé de bien mettre en évidence la puissance que peut représenter un calculateur. Evidemment, certains inconvénients sont clairement mis à jour : importance du coût de l'opération, difficultés de présentation des données. Mais il faut remarquer que déjà ces défauts "de jeunesse" ont presque disparu, il ne restera bientôt plus que la qualité première : le potentiel d'investigation.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] BLANC LAPIERRE A., FORTET R.
Théorie des fonctions aléatoires, Masson 1953

- [2] BLANC LAPIERRE A., PICINBONO B.
Propriétés statistiques du bruit de fond, Masson 1961

- [3] BLANC LAPIERRE A. et alii
Modèles statistiques pour l'étude des phénomènes de fluctuations,
Masson 1963

- [4] MIDDLETON D.
Introduction to statistical theory
Mac Graw Hill

- [5] RICE S.O.
Mathematical analysis of random noise
Bell system technical journal 23, 1944, pp. 282-332, 24, 1945,
pp. 46-156.

- [6] DAVENPORT W.B., ROOT W.L.
Random signals and noise, Mac Graw Hill, 1958

- [7] LEE
Statistical theory of communication, John Wiley, N. Y. 1960

- [8] BONNET G.
Phénomènes aléatoires et traitement du signal
BIST (CEA) Septembre 1965, pp. 3-14.

- [9] Cours d'Eté OTAN/Marine Nationale : Traitement du signal avec
application particulière à l'acoustique sous-marine. Grenoble
14/26 Sept. 1964. Edité par le C.E.P.H.A.G. 46, Ave. F. Viallet,
GRENOBLE.

- [10] BLAQUIERE A.
Théorie de la réaction de fission en chaîne
Bibliothèque des Sciences et Techniques Nucléaires, P.U.F. 1962

- [11] GLASSTONE S., EDLUNG N.C.
The elements of Nuclear reactor theory, D. Van Nostrand, New York
1952.

- [12] MINEUR
Techniques de calcul numérique, Dunod, 1947

- [13] HAMMING R.W.
Numerical methods for scientists and engineers, Mac Graw Hill,
New York, 1962

- [14] A. M. WEINBERG, E.P. WIGNER
The physical theory of neutron chain reactors
The University of Chicago Press, 1958

- [15] J. ARSAC
Transformation de Fourier et théorie des distributions, Dunod 1958
- [16] R.B. BLACKMAN, J.W. TUKEY
The measurement of power spectra from the point of view of communication engineering.
Dover publications Inc. New York, 1958.
- [17] P. BOUGHON, B. DOSSIER, P. JACQUINOT
Apodisation des raies spectrales au moyen d'écrans absorbants
J. Recherches du C.N.R.S. 1950, n° 11, pp. 49-69.
- [18] J. MARCUS
Echantillonnage et quantification, Gauthiers Villars, 1967
- [19] A. GENNAOUI
Fluctuations statistiques du nombre de neutrons dans un réacteur nucléaire.
Bibliographie CEA n° 35, 1965
- [20] R.B. BLACKMAN
Data smoothing and prediction
Addison Wesley Publishing Company Inc., 1965
- [21] B. FROELICHER, A. DALFES
Quelques notes sur la transformée de Fourier des fonctions d'auto-corrélation - Rapport C.E.A. -R.3334.
- [22] J. MAX
BIST (CEA) Sept. 1965, pp. 39-76, Les méthodes de corrélation dans le traitement du signal.

- [23] G. BONNET
Transformation des signaux aléatoires à travers les systèmes non linéaires sans mémoire.
Annales des Télécommunications T19 n° 9 et 10, 1964, pp. 203-220.
- [24] G. BONNET
Sur la quantification des signaux aléatoires et ses possibilités d'emploi dans les problèmes de détection.
Communication présentée à la conférence sur le traitement du signal Paris, 7 mars 1962.
- [25] G. BONNET
Compte-rendu à l'Académie des Sciences, séance du 23 Juillet 1962
"Sur la statistique du 2° ordre des signaux aléatoires quantifiés"
pp. 825-827.
- [26] G. BONNET
Sur les corrélateurs utilisant la quantification des signaux
Cours d'Eté OTAN/Marine Nationale, 14-26 Sept. 1964, pp. 328-346.
- [27] G. BONNET
C.R.A.S. 255 (1962), pp. 1064-1066.
- [28] J.L. DUFLOS
Etude des effets de l'échantillonnage en détection des signaux faibles.
Cours d'Eté OTAN/Marine Nationale, 14-26 Sept. 1964, pp. 301-327
- [29] J. BENDAT
Principles and applications of random noise theory
John Wiley and Sons, New York, 1958.

- [30] FUF ER, TARABELLA, TELLIER
Application de méthodes cinétiques à l'étalonnage d'éléments de contrôle.
Communication privée.
- [31] F. SICARD
Traitement des informations en régime statistique. Application à l'électronique nucléaire.
Rapport C.E.A. n° 1424
- [32] J. CAZEMAJOU, L. BELIARD
Mesure du temps mort d'une chaîne à BF3 par divergence.
Note C.E.A. -N 789.
- [33] J. CAZEMAJOU, L. BELIARD
Mesures de réponses impulsionnelles d'un réacteur très sous-critique
Aquilon, Novembre 1965.
Rapport C.E.A. -R. 3336.
- [34] R.R. SHIVELY
A digital processor to generate spectra in real time
IEEE Transactions on computers, Mai 1968, Volume C.17, n° 5
- [35] ANDREWS
A high algorithm for the computer generation of Fourier Transformation
IEEE Transactions on computers, April 1968, Volume C.17, n° 4
- [36] Bruce P. BOGERT
Informal comments on the uses of power spectrum analysis
IEEE Transactions on audio and electroacoustics, Vol. AU 15, n° 2
June 1967

- [37] Peter D. WELCH et alii.
Historical notes on the Fast Fourier Transform
IEEE Transactions on audio and electroacoustics, vol. AU 15, n° 2,
June 1967.
- [38] James W. COOLEY et alii.
Applications of the fast fourier transform to computation of Fourier
integrals, Fourier series and Convolution integrals.
IEEE Transactions on audio and electroacoustics, vol. AU 15, n° 2,
June 1967.
- [39] Howard D. HELMS
Fast Fourier transform method for computing difference equations
and simulating filtering
IEEE transactions on audio and electroacoustics, vol. AU 15, n° 2,
June 1967.
- [40] Richard D. SINGLETON
A method for computing the fast fourier transform with auxiliary
memory and limited high speed storage
IEEE transactions on audio and electroacoustics, vol. AU 15, n° 2,
June 1967.
- [41] B. FROELICHER
Essai de mesure de l'efficacité d'une chambre CC5 - Introduction à
l'étude de l'ébullition dans les réacteurs piscines.
Rapport C.E.A. -R. 3326.
- [42] B. FROELICHER
Introduction à l'étude de l'ébullition dans les réacteurs à eau
Rapport C.E.A. -R. 3327.

- [43] J.A. THIE
Reactor noise - An A.E.C. Monograph
Rowman and Little field Inc. New York, 1963
- [44] DE HOFFMANN
Statistical aspects of the pile theory
The science and engineering of nuclear power, p. 103, 1944
- [45] COURANT D., WALLACE P.R.
Fluctuations of the number of neutrons in piles
The physical review, 1947, 72, 11
- [46] J.D. ORNDOFF
Prompt neutrons period of metal critical assemblies
Nuclear Science and engineering, 1957, 2, 450-460.
- [47] CLOUET D'ORVAL et alii.
Etude de la fluctuation de la population de neutrons sur une pile
homogène au plutonium.
Note E.C./5, n° 28, Décembre 1959, C.E.A. Fontenay-aux-Roses.
- [48] L.I. PAL
Statistical fluctuation of neutrons multiplication
Conférence de Genève 1958, P/1710.
- [49] A. DALFES
Some considerations on nuclear reactor noise
Nukleonik 7, 1965, pp. 426-427
- [50] A. DALFES
The random processes of a nuclear reactor and their detection
Nukleonik 8, 1966, pp. 94-101

- [51] Carlos VELEZ
Autocorrelation functions of counting rate nuclear reactor
Nuclear science and engineering 1959, 6, pp. 414-419
- [52] J.A. THIE
Statistical analysis of power reactor noise
Nucleonics, 1959, 17, 10, pp. 102-109
- [53] Charles F. COHN
Determination of reactor kinetics parameters by pile noise analysis
Nuclear science and engineering 1959, 5, pp. 331-335
- [54] Victor RAIEVSKY
Fluctuations statistiques dans les piles
Rapport CEA N° 1673, 1960.
- [55] J. TACHON
Etude neutronique d'une pile à neutrons thermiques
Rapport CEA N° 1547, 1960
- [56] J. LARISSE, P. BRAFFORT
Equations différentielles stochastiques régissant l'évolution de la
densité neutronique dans un milieu multiplicateur
Journal of nuclear energy, 1961, 13, pp. 133-140.
- [57] Charles E. COHN
A simplified theory of pile noise
Nuclear science and Engineering, 1960, 7, pp. 472-475

- [58] E.F. BENNETT
The Rice formulation of pile noise
Nuclear science and engineering, 1960, 8, pp. 53-61
- [59] A. BLAQUIERE, R. PACHOWSKA
Le bruit neutronique des réacteurs nucléaires
BIST, n° 52, Juin 1961
- [60] A.I. MOGILNER
Etude de la cinétique d'un réacteur de recherche par la méthode des probabilités
Communication SM 18/87 présentée au Séminaire de Vienne sur la physique des réacteurs rapides, Août 1961.
- [61] A. BLAQUIERE et alii.
L'équation de Fokker-Planck et la fonction d'autocorrélation des réacteurs nucléaires.
C.R.A.S. 1961, 283, pp. 2226
- [62] A. BLAQUIERE, R. PACHOWSKA
Le bruit de fond des réacteurs nucléaires, un modèle radio-électrique simple.
C.R.A.S. 1960 251, pp. 2918-2920
- [63] A.I. MOGILNER, V.G. ZOLOTUKHIN
Mesure des caractéristiques cinétiques d'un réacteur par la p_0 - méthode statistique
Atomnaya Energia, 1961, 10, 4, pp. 377-379
- [64] V.G. ZOLOTUKHIN, A.I. MOGILNER
Distribution du comptage d'un détecteur neutronique placé dans un réacteur.
Atomnaya Energia 1961, 10, 4, pp. 379-381.

- [65] L.G. KEMENY, SAMAUÏN
Random fluctuations in a nuclear fission reactor
Nature, 1961, 189, pp. 130-131
- [66] A.Z. AKCAZU
Measurement of noise power spectrum with direct fourier analysis
J. App. Physics, 1961, 32, 4, pp. 565-568
- [66 bis] C.E. COHN, S.G. KAUFMANN
Determination of β/l for the Argonaut reactor by pile noise analysis
ANL 6410, 1961, pp. 371-384
- [67] R.W. ALBRECHT
The measurement of dynamic nuclear reactor parameters by methods
of stochastics processes
Trans. Am. Nuclear Society, 1961, 4, 2, pp. 311-312
- [68] D.R. HARRIS
Analysis of reactor fluctuations
Transactions of the American Nuclear Society, 1961, 4, 2, pp. 317-318
- [69] A. BLAQUIERE, R. PACHOWSKA
L'équation de Schrödinger appliquée au calcul des fluctuations des
réacteurs.
C.R.A.S. 1961, 253, pp. 2938
- [70] A. BLAQUIERE, R. PACHOWSKA
Fluctuations d'un système dépendant de plusieurs paramètres aléatoires
Application au réacteur nucléaire.
Rapport C.E.A. R. 2115, 1952

- [71] T.E. STERN, J. VALAT
Reactor impulse response measurement using random source excitation and cross-correlation
Symposium on noise analysis in nuclear systems, 4-6 novembre 1963
Université de Floride, Gainesville, Floride.
- [72] T.E. STERN, J. VALAT, J. CAZEMAJOU
Méthodes de mesures des fortes antiréactivités
Cours de Génie Atomique, Volume 13, P.U.F.
- [73] T.E. STERN, J. VALAT
Analyse statistique de la précision de certaines méthodes de mesure des très fortes antiréactivités
Rapport C.E.A. n° R 2229
- [74] J. VALAT, J. CAZEMAJOU
Sur certaines erreurs dans la méthode d'excitation pseudo-aléatoire de source et intercorrélation.
Communication privée.
- [75] T. STERN et alii.
Mesure des très basses réactivités à partir de la réponse impulsionnelle d'un réacteur déterminée par excitation pseudo-aléatoire de source et intercorrélation - Interprétation de certains résultats.
Rapport C.E.A. n° R. 2377
- [76] R.E. UHRIG
The impulse response of an exponential assembly. Proceeding of a symposium held at Amsterdam, 2-6 Septembre 1963
Agence Internationale de l'Energie Atomique, 1964, pp. 205-240

- [77] V. RAJAGOPAL
Experimental study of nuclear reactor internal noise and transfert function using random reactivity variations and correlation analysis
Thesis - Rensselaer Polytechnic Institute, 1960.
- [78] C.W. GRIFFIN, J.G. LUNDHOLM
Measurement of the S.R.E. and K.E.W.B. prompt neutron lifetime using random noise and reactor oscillations techniques
NAA.S.R. 3765, 1959
- [79] J. FREYCENON
Reactor noise experiments with H.B.W.R. first fuel charge
H.P.R. 23, Halden, Norvège, 1962
- [80] P.R. PLUTA
Preliminary results of V.B.W.R. noise analysis
J. of Nuclear Energy, parts A/B, 1964, 18, pp. 42
- [81] E.R. CORRAN, J.D. CUMMINS
Impulse response measurements with an off-line cross-correlator
A.E.E.W. R-316, 1963
- [82] J. VALAT
Mesure des très fortes antiréactivités d'un réacteur nucléaire sous-critique par excitation de source en impulsions aléatoires et inter-corrélation
C.R.A.S. 1963, 257, 4, pp. 891-894
- [83] V. RAJAGOPAL
Détermination of reactor transfert function by statistical correlation methods
Nucl. Science and Energy, 1962, 12, pp. 218-224

- [84] E.P. GYFTOPOULOS
On the measurement of dynamic characteristics of nuclear reactor systems
Trans. Am. Nuclear Society, 1961, 4, 2, pp. 206-207
- [85] J.D. BALCOMB, E.P. GYFTOPOULOS, H.B. DEMUTH
The use of stochastic inputs to measure the dynamic response of a reactor.
Trans. of Am. Nuclear Society, 1960, 3, 2, pp. 476
- [86] J.D. BALCOMB, H.B. DEMUTH, E.P. GYFTOPOULOS
A cross correlation method for measuring the impulse response of reactors systems
Nuclear Science and Energy, 1961, 11, 2, pp. 159-166
- [87] DALFES, BELIARD, CAZEMAJOU, FROELICHER
Intercorrélation de deux détecteurs dans un réacteur nucléaire
Rapport C.E.A. n° R. 3221
- [88] PEI-TSI-CHU
A digital cross correlator
Thèse soutenue à l'Université de Louvain, 1964
- [89] J. MAX
Corrélateur numérique
Communication privée.
- [90] H. MERMOZ
Les corrélateurs
Rapport CEPHAG n° 12/64, 46, Ave. Félix Viallet, 38-Grenoble

- [91] R.G. SELFRIDGE
Digital data reduction in noise analysis
J. of Nuclear Energy, parts A/B, 1964, 18, pp. 25-26
- [92] E.P. GYFTOPOULOS, R.J. HOOPER
Signals for transfert function measurements in non linear systems
J. of Nuclear Energy parts A/B, 1964, 18, pp. 20-21
- [93] R.R. BENNETT, A.S. FULTON
The generation and measurement of low frequency random noise
Journal of Applied physics, vol. 22, n° 9, Septembre 1951
- [94] E.R. CORRAN, J.D. CUMMINS
Binary codes with impulse autocorrelation functions for dynamics experiments
AEEW- R-210, 1962
- [95] W.W. PETERSON
Errors correcting codes
- [96] D. BERTHIER
Corrélateur en temps réel à large bande
Communication privée.
- [97] M. SURDIN, C. KASSIMATIS
Some applications of correlation functions to nuclear reactor control
Journal of Nuclear Energy, parts A/B, 1964, 18, pp. 22-23
- [98] J.D. BALCOMB
The cross-correlation method for measuring system dynamic response
Journal of Nuclear Energy parts A/B; 1964, 18, pp. 15-16

- [99] T.E. STERN, J. CAZEMAJOU, et alii.
Génération d'un créneau pseudo-aléatoire par un registre à décalage
à contre-réaction binaire.
Rapport C.E.A. n° 2230
- [100] J.D. CUMMINS
A note on errors and signal to noise ratio of binary cross correlation
measurements of system impulse response
A.E.E.W. R-329, Février 1964
- [101] D. BERTHIER, J. MAX
Influence de la fréquence d'échantillonnage sur le calcul de la fonction
de corrélation par le procédé de "multiplication hybride"
Communication privée.
- [102] J. MELOT, J. MAX
Détermination de la réponse impulsionnelle d'un processus par cor-
rélation
Communication privée.
- [103] MATLAN
360 A CM 05 X, IBM A.P. H20-0564-0
- [104] S.S.P.
360 A CM 03 X, Version III, IBM A.P., H20-0205-3
- [105] J.M. FAUQUE, D. BERTHIER et alii.
Analyse spectrale par corrélation
Rapport C.E.A. n° 3672.

TABLE DES MATIERES

RESUME

AVANT-PROPOS

1ère PARTIE.

5 Chapitre 1 : Echantillonnage et transformée de Fourier numérique

Rappel

Sommaire

Transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation

Suppression des oscillations du spectre de fréquence

Remarque

Exemple numérique

Conclusion.

17 Chapitre 2 : Quantification

Rappel- Généralités

Rappel- Quantification de deux signaux

Calcul de l'erreur

Etude de la partie abandonnée du signal

Liaison entre un premier signal quantifié et le bruit de
quantification d'un second signal

29 Chapitre 3 : Signaux non gaussiens

Sommaire

Fonction de répartition.

2ème PARTIE.

37 Chapitre 1 : Simulation

Introduction

Méthode

Création d'un signal d'entrée

Système linéaire

Signal de sortie

Réponse impulsionnelle - Déconvolution

Remarques

47 Chapitre 2 : Courbes de corrélation

Introduction

Résultats - Signaux gaussiens

Résultats - Signaux non gaussiens

57 Chapitre 3 : Propagation de l'erreur dans la transformation de Fourier

Introduction

Relations générales

Transformation de Fourier des fonctions de corrélation

Conclusion

3ème PARTIE.

69 Chapitre 1 : Environnement de l'expérience

Sommaire

**Rappel - Méthodes de mesure des paramètres d'un
réacteur**

Présentation des conditions de l'expérience

Quelques méthodes de numérisation

87 Chapitre 2 : Interprétation des résultats

Introduction

Discussion des courbes

Remarques

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE

TABLE DES MATIERES.